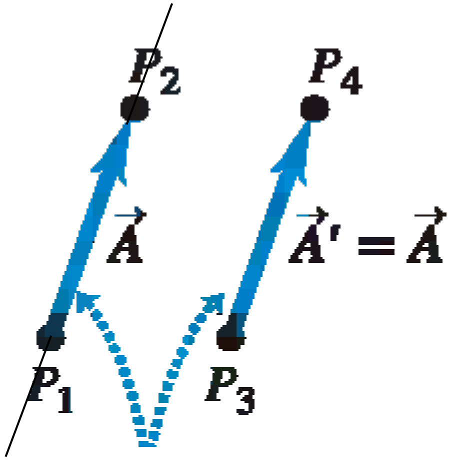
Vektori i sabiranje vektora

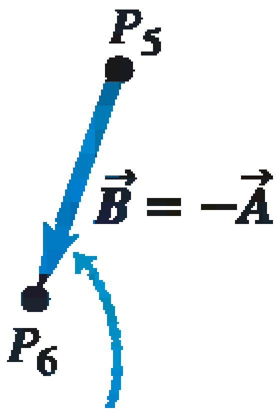
Neke fizičke veličine kao na primer vreme, masa, temperatura i gustina mogu biti potpuno opisane jednim brojem i pridruženom jedinicom za datu fizičku veličinu.
Međutim, mnogim drugim važnim fizičkim veličinama, moramo pored broja pridružiti i pravac i smer kretanja da bi ih kompletno opisali. Prost primer je kretanje aviona. Da bismo opisali ovo kretanje, mi moramo znati pored vrednosti brzine aviona i njegov pravac i smer kretanja.

Fizičke veličine koje se mogu opisati brojem nazivaju se **skalari**
Fizičke veličine koje se mogu opisati intenzitetom i pravcem i smerom nazivaju se **vektorske veličine**



$\vec{A}$ i $\vec{A}'$
su jednaki vektori
jer su im isti intenziteti
pravci i smerovi

Slika 1



Vektor $\vec{B}$ ima isti intezitet i pravac kao vektor A ali suprotan smer. Zato je
$\vec{B} = -\vec{A}$

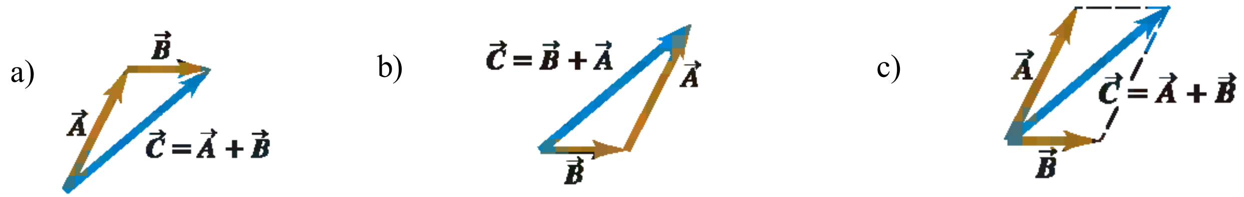
Slika 2

(Intenzitet vektora $\vec{A}$) $= A = |\vec{A}|$

Intenzitet vektora je skalar i uvek je pozitivan

Sabiranje vektora

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

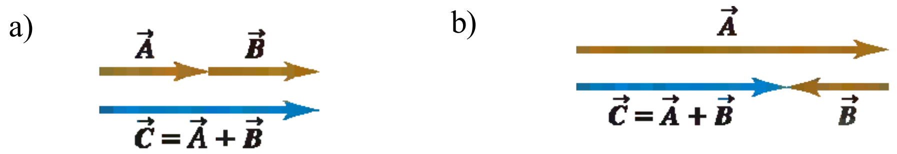


Slika 3

Na slikama a), b) i c) možemo videti kako na tri načina možemo sabrati dva vektora i dobiti isti rezultat: vektor $\vec{C}$

$\vec{C} = \vec{B} + \vec{A}$ and $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ Vidimo da nam nije važan redosled kojim sabiramo vektore

•*Sabiranje paralelnih i antiparalelnih vektora*

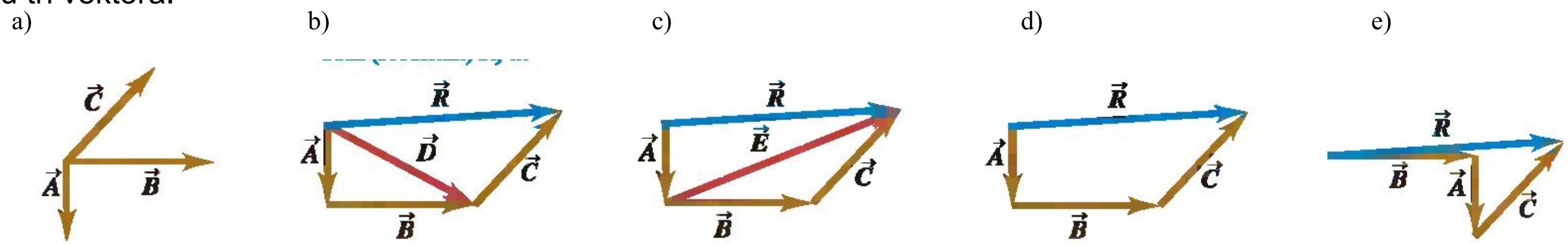


Sabiranje dva paralelna vektora

Sabiranje dva antiparalelna vektora

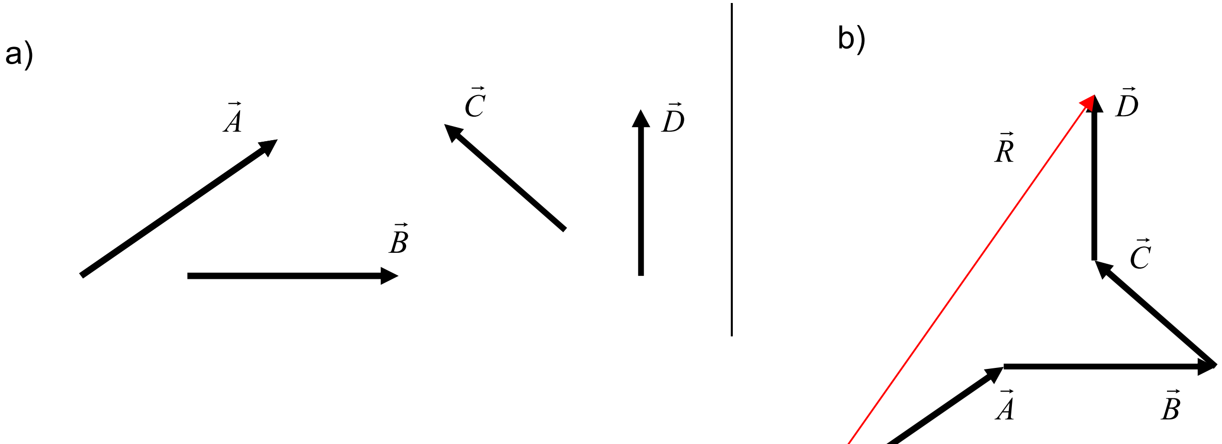
Slika 4

•Ako je potrebno naći sumu za više od dva vektora onda se ovaj postupak može prikazati na sledećem primeru gde tražimo sumu tri vektora.



Slika 5

Vektor $\vec{R}$ je rezultujući vektor odnosno $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ Postoje različiti načini sabiranja tri vektora čiji je rezultujući vektor uvek jednoznačno određen. To možemo videti na slikama a), b), c), d) i e). Ovaj rezultat možemo proširiti i na više od 3 vektora.



Slika 6

Vektore sa slike 6 a) možemo sabrati na način prikazan na slici 6b) gde nam je rezultanta $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$

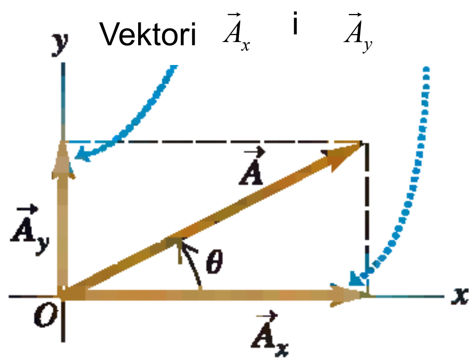
Na slici 7 je prikazano kako se oduzimanje vektora svodi na njihovo sabiranje

Slika 7

$$\boxed{\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})}$$

Razlaganje vektora na komponente

Da bismo definisali sta podrazumevamo pod komponentama jednog vektora $\vec{A}$ moramo uvesti Dekartov koordinatni sistem yOx. U tom sistemu crtamo vektor sa početkom u koordinatnom početku (Slika 8)

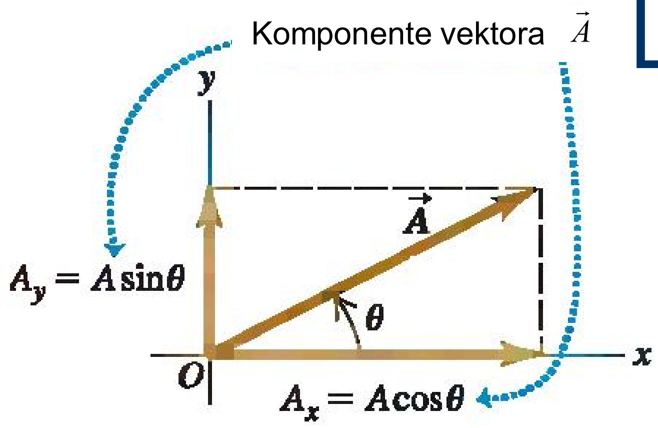


Slika 8

Vektori $\vec{A}_x$ i $\vec{A}_y$ na slici 8 su vektori čiji zbir daje $\vec{A}$

Vektore $\vec{A}_x$, $\vec{A}_y$ nazivamo vektori razlaganja

Komponente vektora $\vec{A}$ nisu vektori, to su **brojevi**.
i obeležavaju se kao A_x (komponenta vektora na X osi) i A_y (komponenta vektora na y osi).



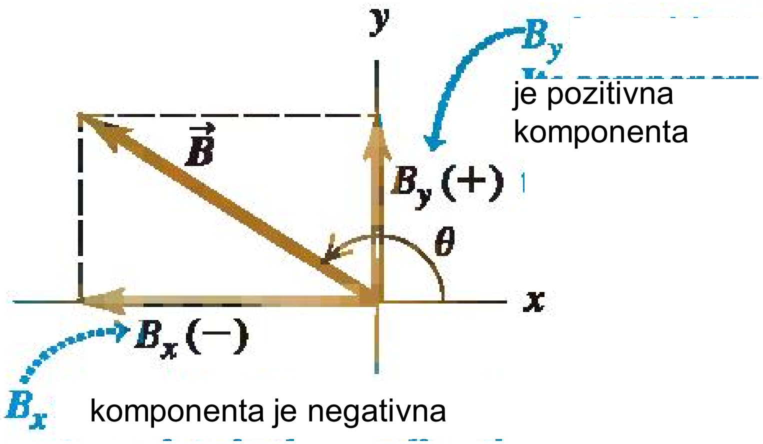
Slika 9

$$\frac{A_x}{A} = \cos\theta \qquad \text{and} \qquad \frac{A_y}{A} = \sin\theta \qquad (1.6)$$

$$A_x = A\cos\theta \qquad\qquad A_y = A\sin\theta$$

θ je ugao između ose X i vektora $\vec{A}$

θ se meri od +x-ose, rotirajući ka +y-osi)



Komponente vektora mogu biti pozitivni ili negativni BROJEVI !!!

Proračunavanje vektora pomoću komponenti

Navodimo tri važna slučaja za izračunavanje vektora.

1. **Izračunavanje intenziteta, pravca i smera vektora preko njegovih komponenti**

Ako znamo komponente vektora A_x i A_y, pomoću Pitagorine teoreme nalazimo intenzitet vektora $|\vec{A}|$

Jednačina (1.7) važi kada se razlaganje vektora vrši na dve uzajamno normalne komponente vektora.

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad (1.7)$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \quad ; \quad \theta = \arctan\frac{A_y}{A_x} \qquad (1.8)$$

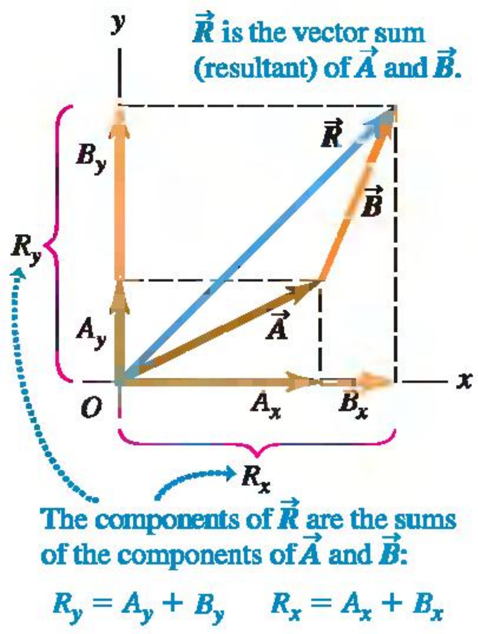
(1.8) važi kada se ugao θ meri od pozitivnog smera X ose ka pozitivnom smeru Y ose.

2. **Množenje vektora skalarom**

Ako množimo vektor $\vec{A}$ skalarom c svaka komponenta proizvoda $\vec{D} = c \cdot \vec{A}$ je jednaka proizvodu c i odgovarajućim komponentama vektora $\vec{A}$

$$D_x = cA_x \qquad D_y = cA_y \qquad \text{(Komponente } \vec{D} = c \cdot \vec{A}\text{)}$$

3. **Korišćenje komponenti dva ili više vektora za nalaženje rezultujućeg vektora**



Slika 10

$$R_x = A_x + B_x \qquad R_y = A_y + B_y \qquad \text{(components of } \vec{R} = \vec{A} + \vec{B}\text{)}$$

Za više od dva vektora važi:

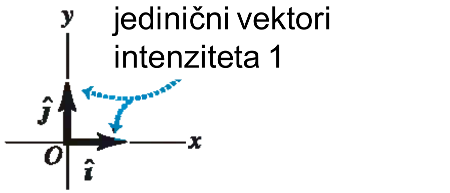
$$R_x = A_x + B_x + C_x + D_x + E_x + \cdots$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y + D_y + E_y + \cdots$$

Za trodimenzionalni koordinatni sistem dodajemo i z komponentu poznatim formulama.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$R_z = A_z + B_z + C_z + D_z + E_z + \cdots$$

Jedinični vektori

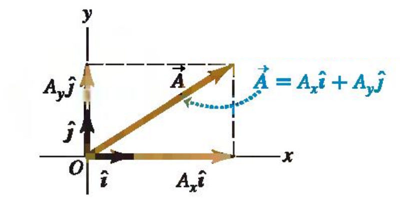


Slika 11

jedinični vektor je vektor čiji je intenzitet 1 i nema dimenzije. Njihova uloga je da odrede pravac i smer u prostoru.
Na slici 11 prikazani su jedinični vektori $\hat{i}$ i $\hat{j}$. Jedinični vektor $\hat{i}$ prikazuje smer x-ose a jedinični vektor $\hat{j}$ prikazuje smer y-ose. Kapice znače da su to jedinični vektori.

Pomoću jediničnih vektora možemo povezati vektore razlaganja $\vec{A}_x$ i $\vec{A}_y$ vektora $\vec{A}$ i komponente vektora $\vec{A}$, A_x i A_y

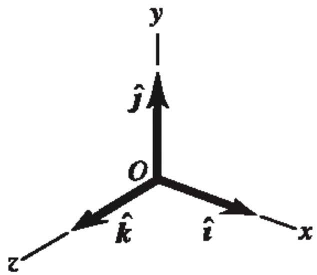
$$\vec{A}_x = A_x\hat{\imath} = A_x\vec{e}_x$$
$$\vec{A}_y = A_y\hat{\jmath} = A_y\vec{e}_y$$



Slika 12

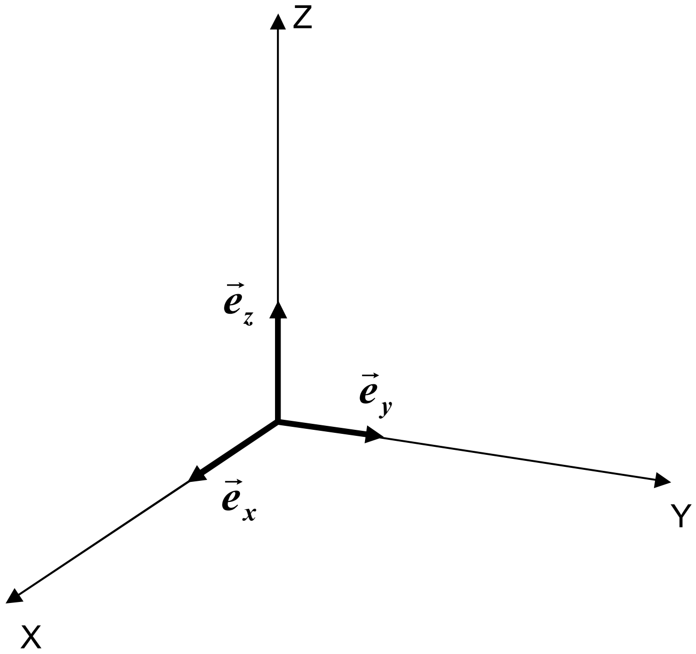
Možemo prikazati vektor $\vec{A}$ kao zbir komponenti $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$

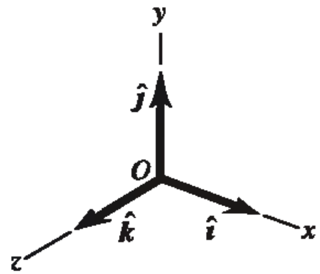
Sve isto samo dodajemo z-osu i rezultujući vektor $\vec{R}$ izražavamo preko komponenti vektora $\vec{A}$ i vektora $\vec{B}$



$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$
$$= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} + R_z\hat{k}$$





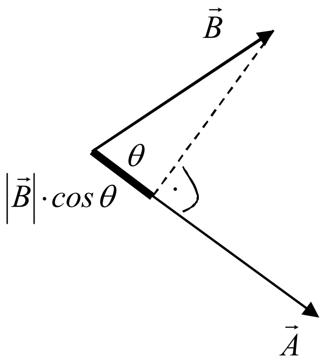
Drugi način za obeležavanje jediničnih vektora. (Koristimo ga u okviru našeg kursa fizike)

PROIZVOD VEKTORA

1) **Skalarni proizvod dva vektora**

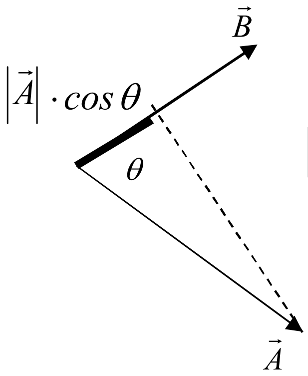
a)

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right|\cdot cos\,\theta=\left|\vec{A}\right|\cdot(\left|\vec{B}\right|\cdot cos\,\theta)=\left|\vec{B}\right|\cdot(\left|\vec{A}\right|\cdot cos\,\theta)=skalar$$



$\left|\vec{B}\right|\cdot cos\,\theta$ -ovo je projekcija vektora $\vec{B}$ na vektor $\vec{A}$

b)



$\left|\vec{A}\right|\cdot cos\,\theta$ -ovo je projekcija vektora $\vec{A}$ na vektor $\vec{B}$

Dakle $$\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}=\left|\vec{A}\right|\cdot\left|\vec{B}\right|\cdot cos\,\theta=\left|\vec{B}\right|\cdot\left|\vec{A}\right|\cdot cos\,\theta}$$

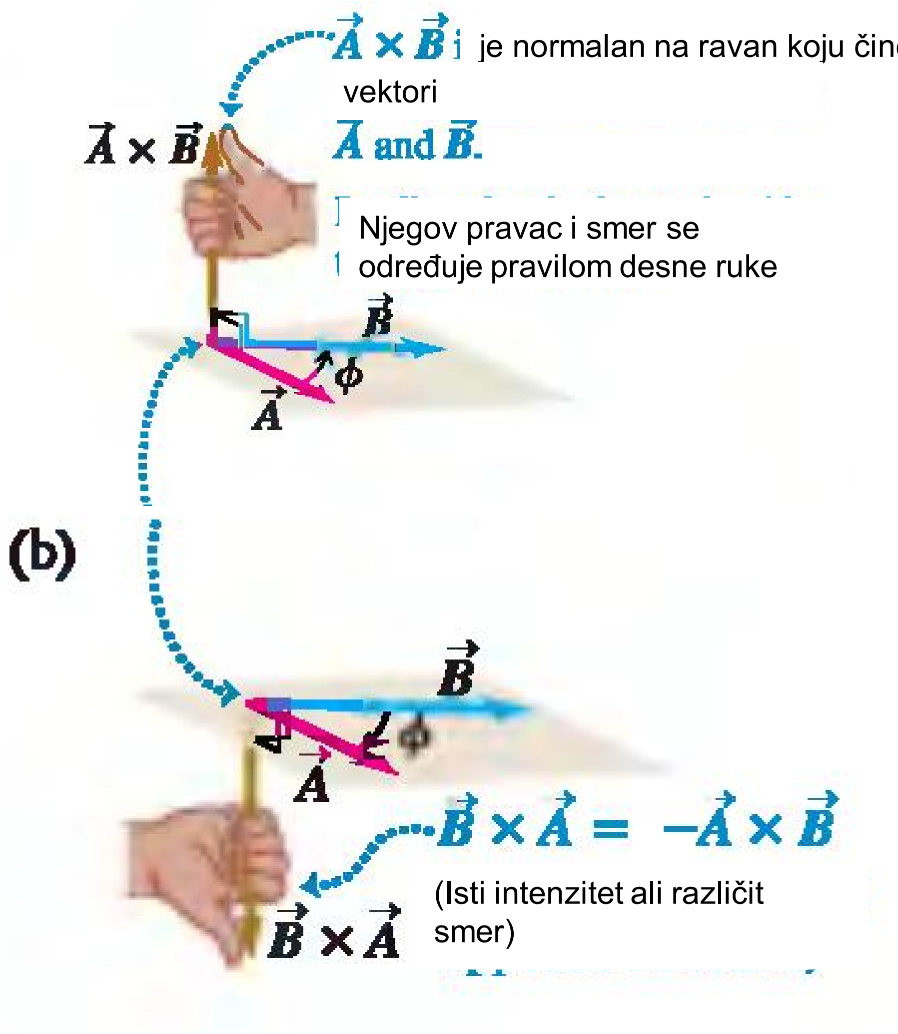
Ovakav proizvod dva vektora nazivamo *skalarni* jer je rezultat skalar odnosno broj

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$ (scalar (dot) product in terms of components)

2) **Vektorski proizvod dva vektora**

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$

Rezultat vektorskog proizvoda je vektor



$$\left|\vec{C}\right| = \left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \sin\phi$$

Intenzitet vektorskog proizvoda