

АЛГЕБАРСКЕ СТРУКТУРЕ

Септембар - II део

03.09.2020.

1. (5 поена) Нека је \mathbf{R} комутативан прстен са јединицом и \mathbf{M} прави идеал у \mathbf{R} . Доказати да је \mathbf{M} максимални идеали у \mathbf{R} ако и само ако за свако $r \notin M$ постоји $x_r \in R$ тако да је $1 + rx_r \in M$.
2. (5 поена) Нека је \mathbf{R} комутативан прстен са јединицом и \mathbf{P} прост идеал у \mathbf{R} такав да је \mathbf{R}/\mathbf{P} коначан прстен. Доказати да је \mathbf{P} максималан идеал.
3. (5 поена) У пољу $\mathbb{Z}_5[x]$ одредити највећи заједнички делилац полинома је $f(x) = \bar{1}x^5 + \bar{3}x^3 + \bar{1}x^2 + \bar{2}x + \bar{2}$ и $g(x) = \bar{1}x^4 + \bar{3}x^3 + \bar{3}x^2 + \bar{1}x + \bar{2}$ и представити га као линеарну комбинацију полинома $f(x)$ и $g(x)$.
4. (5 поена) Наћи групу Галоа полинома $p(x) = x^4 + 7x^2 + 4$ над пољем рационалних бројева, све подгрупе те Галоа групе и одговарајућа фиксна потпоља.