АЛГЕБАРСКЕ СТРУКТУРЕ

Јун 2 - I део **11.07.2020.**

1. *(5 poena)* Нека је **G** група и **H** подгрупа групе **G**. Доказати да постоји група пермутација хомоморфна групи **G** таква да је језгро тог хомоморфизма $Core(\mathbf{H})$.

2. *(5 poena)* Доказати да група **G** реда $4 \cdot 19 \cdot 37$ има нормалну цикличну подгрупу реда $19 \cdot 37$ и нормалну подгрупу индекса 2.

3. *(5 poena)* Одредити потребан и довољан услов да циклична група буде разложива.

4. *(5 poena)* Доказати да је решива група која има композициони низ коначна.

АЛГЕБАРСКЕ СТРУКТУРЕ

Јун 2 - II део **11.07.2020.**

1. *(5 poena)* Нека је **R** комутативан прстен са јединицом и $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ различити максимални идеали у **R**. Доказати да је $M_1M_2 = M_1 \cap M_2$.

2. *(5 poena)* Нека је **R** комутативан прстен, $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \dots, \mathbf{I}_n$ идеали у **R** и **P** прост идеал у **R**. Доказати да ако је $\bigcap_{i=0}^{n} I_i \subseteq P$ тада постоји $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ такво да је $I_k \subseteq P$.

3. *(5 poena)* Доказати да је $\mathbb{Z}_5[x]/\mathbf{I}$ поље, где је $\mathbf{I} = (\overline{1}x^2 + \overline{1}x + \overline{1})$ и наћи мултипликативни инверз елемента $\overline{1}x^2 + \overline{2} + I$.

4. *(5 poena)* Наћи групу Галоа полинома $p(x) = x^5 - 1$ над пољем рационалних бројева, све подгрупе те Галоа групе и одговарајућа фиксна потпоља.

АЛГЕБАРСКЕ СТРУКТУРЕ

Јун 2 **11.07.2020.**

1. *(8 poena)* Нека је **G** група и **H** подгрупа групе **G**. Доказати да постоји група пермутација хомоморфна групи **G** таква да је језгро тог хомоморфизма $Core(\mathbf{H})$.

2. *(8 poena)* Доказати да група **G** реда $4 \cdot 19 \cdot 37$ има нормалну цикличну подгрупу реда $19 \cdot 37$ и нормалну подгрупу индекса 2.

3. *(8 poena)* Доказати да је решива група која има композициони низ коначна.

4. *(8 poena)*

   (а) Нека је **R** комутативан прстен, $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \dots, \mathbf{I}_n$ идеали у **R** и **P** прост идеал у **R**. Доказати да ако је $\bigcap_{i=0}^{n} I_i \subseteq P$ тада постоји $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ такво да је $I_k \subseteq P$.

   (б) Доказати да је $\mathbb{Z}_5[x]/\mathbf{I}$ поље, где је $\mathbf{I} = (\overline{1}x^2 + \overline{1}x + \overline{1})$ и наћи мултипликативни инверз елемента $\overline{1}x^2 + \overline{2} + I$.

5. *(8 poena)* Наћи групу Галоа полинома $p(x) = x^5 - 1$ над пољем рационалних бројева, све подгрупе те Галоа групе и одговарајућа фиксна потпоља.