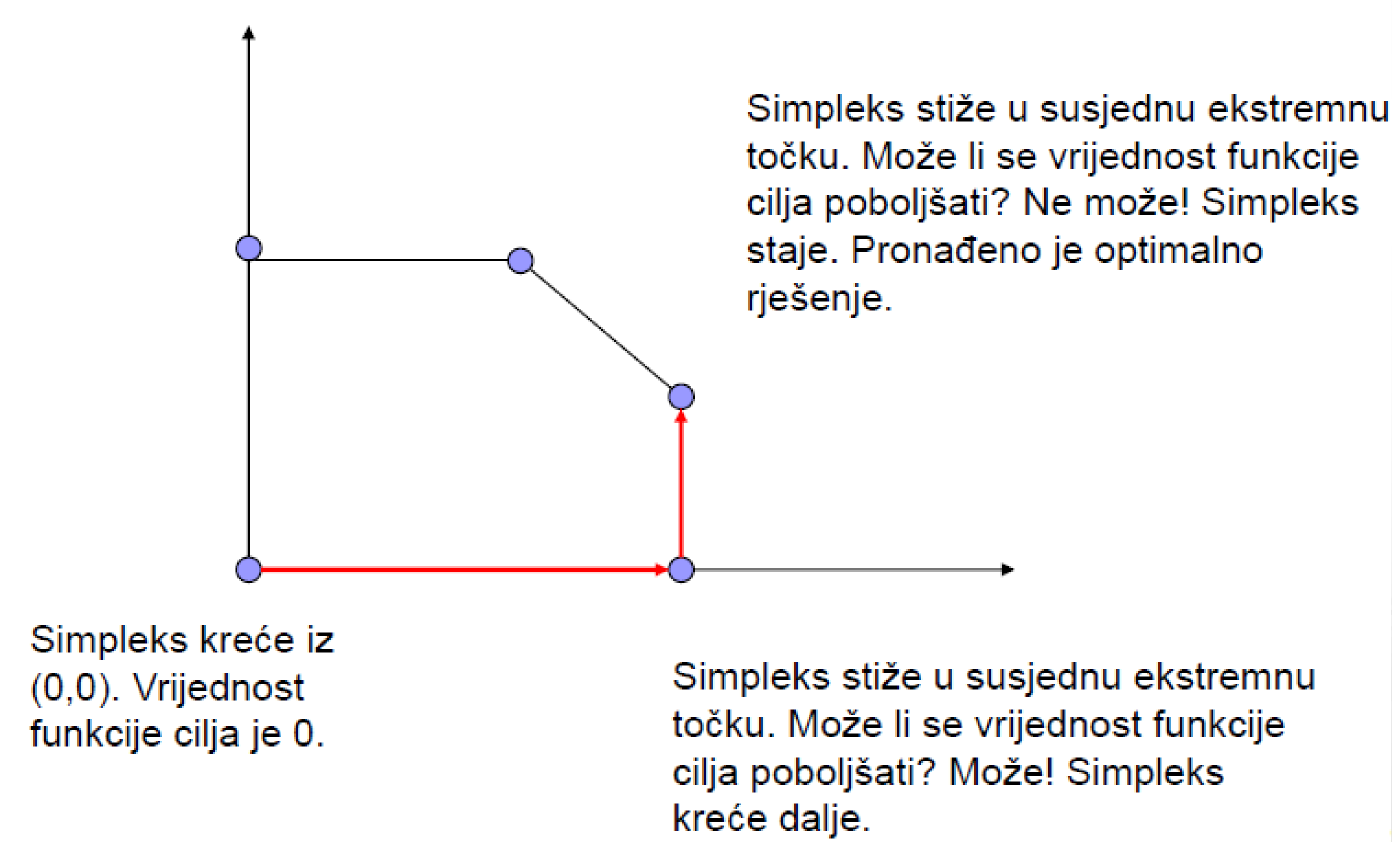
SIMPLEKS METODA

Simpleks metoda

- Autor – **G. Dantzig** (1947.)
- **Iterativna metoda** kojom se iz koraka u korak poboljšava rešenje i u **konačno** mnogo koraka dolazi se do optimalnog rešenja ili se utvrđuje da ono ne postoji



Simpleks metodu proučavaćemo na **standardnom problemu maksimuma (SPM)** koji podrazumeva:

- maksimizaciju funkcije cilja
- ograničenja sa znakom nejednakosti „≤”
- nenegativne vrednosti s desne strane ograničenja
- nenegativne varijable odlučivanja

$$\max\,(Ax+By+C\,)$$

$$A_1x+B_1y \le C_1$$
$$A_2x+B_2y \le C_2$$
$$\dots$$
$$A_nx+B_ny \le C_n$$

$$x\ge 0,\;\; y\ge 0\,.$$

- moramo pripremiti „teren” za korišćenje simpleks metode
- standardni problem maksimuma <u>moramo pretvoriti </u>u kanonski problem maksimuma (KPM)

→ podrazumijeva da su sva ograničenja (osim uslova nenegativnosti) zapisana u obliku jednačina

SPM

$max\,(Ax+By+C\,)$

$A_1x+B_1y \;\le C_1$

$A_2x+B_2y \;\le C_2$

…

$A_nx+B_ny \;\le C_n$

$x,\, y \ge 0\,.$

kako dobiti jednakosti?

dodavanjem ***nenegativnih dodatnih varijabli***

Npr. $-2 \le 1 \;\rightarrow\; -2+\mathbf{3} = 1$

KPM

$max\,(Ax+By+C\,)$

$A_1x+B_1y +s_1= C_1$

$A_2x+B_2y +s_2= C_2$

…

$A_nx+B_ny +s_n= C_n$

$x, y, s_1, s_2, \ldots, s_n \ge 0$

Primer

Standardni problem maksimuma…

$$\max\,(5x_1+6x_2)$$

$$-2x_1+3x_2 \le 6$$
$$x_1+x_2 \le 7$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0$$

… zapisan u kanonskom obliku

$$\max\,(5x_1+6x_2)$$

$$-2x_1+3x_2+s_1 = 6$$
$$x_1+x_2+s_2 = 7$$
$$x_1,\ x_2,\ s_1,\ s_2 \ge 0$$

- funkciju cilja $z= 5x_1+6x_2$ zapišemo u obliku

  $-5x_1-6x_2 +z=0$

- dobijamo inicijalni kanonski problem maksimuma:

$$
\begin{aligned}
-2x_1+3x_2 + s_1 &= 6\\
x_1+ x_2 + s_2 &= 7\\
-5x_1 - 6x_2 + z &= 0\\
x_1, x_2, s_1, s_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

$$-2x_1 + 3x_2 + s_1 = 6$$
$$x_1 + x_2 + s_2 = 7$$
$$-5x_1 - 6x_2 + z = 0$$

- Sastav jednačina zapisujemo u **SIMPLEKS TABLICU**

	X1	X2	S1	S2	Z	
S1	-2	3	1	0	0	6
S2	1	1	0	1	0	7
Z	-5	-6	0	0	1	0

s1 , s2 , z – BAZIČNE PROMENLJIVE
X1, x2 – NEBAZIČNE PROMENLJIVE

	X1	X2	S1	S2	Z	
S1	-2	3	1	0	0	6
S2	1	1	0	1	0	7
Z	-5	-6	0	0	1	0

$$-2x_1+3x_2 + s_1 = 6$$

$$x_1+ x_2 + s_2 = 7$$

$$-5x_1 - 6x_2 + z = 0$$

Početno rešenje:

- (x1, x2)=(0,0) nebazične promenljive su 0
- (s1, s2)=(6,7) bazične promenljive očitavaju se iz zadnje kolone tablice

- Z=5X1+6X2=0 početna vrednost funkcije cilja je 0

Simpleks algoritam

- *Transformacijama* simpleks tabele zamenjuju se mesta nebazičnim i bazičnim promenljivama dok se ne dođe do optimalnog rešenja **(x1*, x2*)** za koje funkcija cilja **Z** ima najveću vrednost

- Optimalno rešenje i vrednost funkcije cilja očitavaju se iz *zadnje kolone tabele*

- za transformaciju iz jedne u drugu simpleks tabelu koristićemo sledeće:

Tabela 1

x1	x2	s1	s2	z	
-2	3	1	0	0	6
1	1	0	1	0	7
-5	-6	0	0	1	0

6:3=2
7:1=7

3 je pivotni element

- na njegovom mestu želimo broj 1, a ostali članovi ključne kolone moraju postati 0

Tabela 2

x1	x2	s1	s2	z	
-2/3	1	1/3	0	0	2
5/3	0	-1/3	1	0	5
-9	0	2	0	1	12

- Radimo osnovne dopuštene operacije nad matricama –

Gauss - Jordanove transformacije nad matricama

Tabela 3

x1	x2	s1	s2	z	
0	1	1/5	2/5	0	4
1	0	-1/5	3/5	0	3
0	0	1/5	27/5	1	39

Optimalno rešenje: (x1,x2)=(4,3)
Maksimalna vrednost funkcije cilja z=39.

Zadaci za vežbu

1. Riješite simpleks metodom

$$Min(x_1 - 2x_2 - 4x_3)$$
$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Tvornica za proizvodnju zdrave hrane dnevno raspolaže s zaliohom od 1000 kg zobenih pahuljica, 1200 kg raženih pahuljica i 800 kg ječmenih pahuljica. Tvrtka proizvodi tri vrste musli mješavine: "Standard", "Natur", "Extra". Količine sirovina potrebnih za proizvodnju i prodajna cijena 1 kg muslija dane su u tablici. Odredite koliko pojedine vrste muslija treba proizvesti od sirovina u zalihi da bi prihod od prodaje bio najveći mogući.

	Standard	Natur	Extra
Zob	0,5 kg	0 kg	1/3 kg
Raž	0,5 kg	0.5 kg	1/3 kg
Ječam	0 kg	0,5 kg	1/3 kg
CIJENA	15 kn	20 kn	25 kn

3.

Zadatak:

Slastičarnica "Millenium" na Krku peče dvije vrste kolača za rođendansku proslavu: pitu od limuna i sira i mačje oči.

Od sastojaka slastičarnica na raspolaganju ima:

4 kg oštrog brašna, 4 kg glatkog brašna, 3 kg margarina, 5 L mlijeka, 60 jaja, 6 kg šećera, 40 limuna, 6.5 kg svježeg kravljeg sira, 2 paketića od 100 g kakaa, 6 čokoladi od 300 g, 500 mL ruma,40 banana, 6 L slatkog vrhnja

Za pitu od limuna i sira potrebno je:

TIJESTO:
200 g oštrog brašna, 200 g glatkog brašna, 200 g šećera, 150 g margarina, 1 jaje, 25 mL mlijeka

NADJEV:
2 jaja, 150 g šećera, 500 g svježeg kravljeg sira, sok od 3 limuna, naribana korica od 3 limuna, 600 mL slatkog vrhnja

Za mačje oči potrebno je:

TIJESTO:
10 g oštrog brašna, 10 g kakaa, 5 jaja, 50 g šećera

NADJEV:
4 jaja, 200 g šećera, 200 g čokolade za kuhanje, 150 g margarina, 10 mL ruma, 4 banane

Slastičarnica mora ispeći barem 1 pitu od limuna i sira i barem 1 roladu " mačje oči"

Također, moraju ispeći deset ili više kolača.

Cijena pite od limuna i sira je 130 kn, a cijena mačjih očiju je 150 kn.

Koliko pita od limuna i sira, a koliko mačjih očiju treba slastičarnica ispeći da bi ostvarila najveću zaradu?