

Štarkov efekt

š/1

1 čas.

Stark 1914. odkriva uticaj električnog polja na emisiju Balmerove serije. Klasična fizika nije bila u stanju da objasni tu pojavu. Stark je došao do konstatacije

- ① - da pod uticajem E polja svaka Balmerova linija se cepa na nekoliko komponenta. Dalje je ustanovljeno da se broj tih komponenta povećava sa rednim brojem spektralne serije atoma vodonika
- ② - Zatim je otkrivena i pojava da su te komponente linearno polarizovane kada se gledaju transverzalno i da je polarizacija jednim delom paralelna sa poljem a drugim delom normalna na polje. To je tzv. Kerr-ov efekt.
- ③ Ustanovljeno je da su cepanje i polarizacija kod vodonika simetrični sa obe strane u odnosu na prvobitnu liniju.
- ④ Ustanovljeno je da je cepanje proporcionalno jačini E polja kada polje nije suviše jako. Kada je polje jače onda je ta zavisnost drugog stepena, za još jača trećeg stepena itd. Taj efekat vati i za Lyman-ovu i ostale serije. Ovdje nećemo da utrivamo spin e^-

Osnovno stanje H-atoma je $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ ($a = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2}$)

to stanje nije degenerisano.

Prvo eksitirano stanje

$$\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a^3} \left(2 - \frac{r}{a}\right) e^{-\frac{r}{2a}}$$

$$\psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a^3} \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{2a}} \cos\theta$$

$$\psi_{211} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a^3} \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{2a}} \sin\theta \cos\varphi$$

$$\psi_{21-1} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a^3} \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{2a}} \sin\theta \sin\varphi$$

$\Rightarrow$ jedna energiji odgovaraju 4 funkcije, četvorostruka dej.

Practično je da z-osa bude duž spoja poja
Onda su dobro poznate svojstvene vrednosti komponente L_z

Onda će perturbacija H' , koja znači promenu potenc.
energije usled delovanja poja (z-osa duž poja)

$$H' = e\mathcal{E}z = e\mathcal{E}r\cos\theta \quad (e \text{ je uzeto sa pozitivnim znakom!})$$

Lako je konstatovati da je prva popravka za
osu. stanje = 0.

$$\begin{aligned} E_1^{(1)} = H'_{11} &= \frac{1}{\pi a^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty e\mathcal{E}r\cos\theta e^{-\frac{r}{a}} 2\pi r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi \\ &= \frac{2e\mathcal{E}}{a^3} \int_0^\infty r^3 e^{-\frac{r}{a}} dr \int_0^\pi \sin\theta \cos\theta d\theta \\ &= \frac{2e\mathcal{E}}{a^3} \int_0^\infty r^3 e^{-\frac{r}{a}} dr \underbrace{(-1) \int_0^\pi \sin\theta d(\sin\theta)}_{=0} = 0 \end{aligned}$$

Za $n=2$ primenjuje se sekularna j-va, odgovarajuća matrica ima 16 elemenata

Uvedimo oznake

$$l=0, m=0 \rightarrow (0,0) \rightarrow 1$$

$$l=1, m=0 \rightarrow (1,0) \rightarrow 2$$

$$l=1, m=1 \rightarrow (1,1) \rightarrow 3$$

$$l=1, m=-1 \rightarrow (1,-1) \rightarrow 4$$

pa je $H'_{12} = \langle 0,0 | H' | 1,0 \rangle$

$$H'_{13} = \langle 0,0 | H' | 1,1 \rangle$$

... itd

Svi diagonalni elementi H'_{nn} su nule

Determinanta dobija oblik:

$$\begin{vmatrix} -E^{(1)} & H'_{12} & H'_{13} & H'_{14} \\ H'_{21} & -E^{(1)} & H'_{23} & H'_{24} \\ H'_{31} & H'_{32} & -E^{(1)} & H'_{34} \\ H'_{41} & H'_{42} & H'_{43} & -E^{(1)} \end{vmatrix} = 0$$

Znamo da z komutira sa $\hat{L}_z = \hat{x}\hat{p}_y - \hat{y}\hat{p}_x$ što znači da važi i $[L_z, H'] = 0$

$$\text{ili } \langle i | [L_z, H'] | j \rangle = \langle i | L_z H' | j \rangle - \langle i | H' L_z | j \rangle =$$

$$= \hbar m_i \langle i | H' | j \rangle - \hbar m_j \langle i | H' | j \rangle = \underline{\underline{\hbar(m_i - m_j) H'_{ij} = 0}}$$

kada je $m_i \neq m_j \Rightarrow H'_{ij}$ mora da je $H'_{ij} = 0$

samo kada $m_i = m_j$ mogu biti $H'_{ij} \neq 0$

tj. kada je ispunjen uslov da su mag. kv. brojevi jednaki. Vidi se da su mag. kv. brojevi jednaki samo u slučajevima H'_{12} i H'_{21} i iznosi $m=0$.

$$H'_{12} = \langle 0,0 | H' | 1,0 \rangle = \int \psi_{200} H' \psi_{210} d\tau = \langle 1,0 | H' | 0,0 \rangle = H'_{21}$$

$$H'_{21} = e\mathcal{E} \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{1}{16 \cdot 2\pi a^3} \left(2 - \frac{r}{a}\right) \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{a}} r \cos^2\theta \cdot 2\pi \sin\theta d\theta r^2 dr$$

Sumena $\cos\theta = \xi$

$$H'_{12} = \frac{e\mathcal{E}}{16a^4} \int_0^\infty \left(2 - \frac{r}{a}\right) r^4 e^{-\frac{r}{a}} dr \int_{-1}^{+1} \xi^2 d\xi$$

$$H'_{12} = \frac{e\mathcal{E}}{24a^4} \left[2 \int r^4 e^{-\frac{r}{a}} dr - \frac{1}{a} \int r^5 e^{-\frac{r}{a}} dr \right] = \frac{e\mathcal{E}}{24a^4} [2a^5 4! - a^5 5!]$$

$H'_{12} = -3e\mathcal{E}a$ na počátku smo ušli e-potvoro!

$$\begin{vmatrix} -E^{(1)} & -3e\mathcal{E}a & 0 & 0 \\ -3e\mathcal{E}a & -E^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E^{(1)} \end{vmatrix} = 0$$

ili $(E^{(1)})^2 [(E^{(1)})^2 - 9e^2\mathcal{E}^2 a^2] = 0$

pa su rešenja

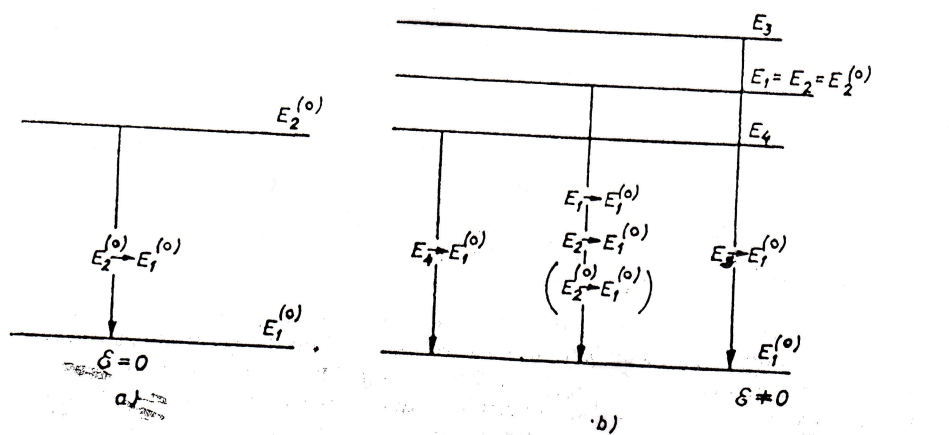
$$E_1^{(1)} = 0$$

$$E_2^{(1)} = 0$$

$$E_3^{(1)} = 3e\mathcal{E}a$$

$$E_4^{(1)} = -3e\mathcal{E}a$$

Vidi se da electr. pođe smanjuje vli. "skida" stepen degeneracije za dva, jer postoje dva rešenja koja su medusobno razlicita. U odsustvu polja imamo jednu liniju dok kada je pođe $E \neq 0$ imamo tri linije.



Red velicine tog cepanja:

$$\Delta E = 6e\mathcal{E}a \approx 4,8 \cdot 10^{-29} \text{ eV [J]}$$

$\Rightarrow$ cepaje vrlo malo.

Druqa popravka iziskuje glomatan racun, navedimo samo rezultat za popravku u energiji E_{100}

$$E_{100}^{(2)} = -\frac{9}{4}(4\pi\epsilon_0) \frac{a^3}{Z^4} \mathcal{E}^2$$