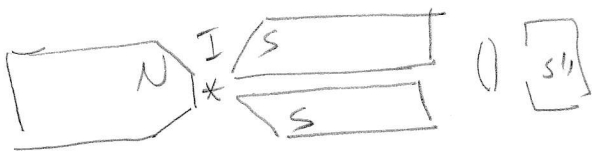


Zeeman-ov efekat

1. predavanje
(32 a 5a)

Z/1

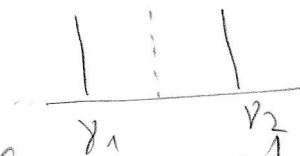
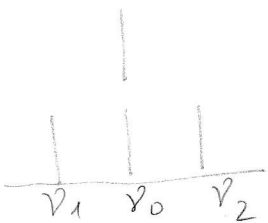
Još je Faraday (1862 god) pokušao da ispita dejstvo mag. polja na spectralne linije ali to je uspelo tek kada su dobijeni jači magneti i spektroskopi veće moći razdvajanja. Taj efekat je otkrio Zeeman 1896. Kad se izvor spectr. linija, uzareni gas, nalazi u mag. polju, spectr. linije se cepaju na više linija. Šema uređaja može da bude ovakva



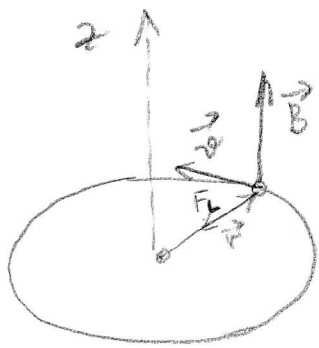
Izvor svetlosti je I između polova magnetu S' i S'' pukotine spektrografa.

IS' pravac (normalan na B) spectralna linije se cepa na 3 linije koje su linearno polarizovane (krajnje linije

normalne na smer polja, a srednja paralelno sa poljem IS'' pravac cepaju se na 2 linije koje su kružno polarizovane



Lorentz je pomoću klasične fizike rastumačio cepanje linija vodonika. Međutim, kod drugih uzareni gasova, cepanje nastaje na više od 3 linije. Kod postari slaganja sa exp. rezultatima sa Lorentzovom teorijom kažemo da imamo normalni Zeemanov efekat, a u protivnom anomalni Zeemanov efekat.



U odsustvu mag. polja vati

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m r \omega_0^2$$

Kada se uključiti mag. polje pojavljuje se i Lorencova sila

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + e \underbrace{(r\omega)}_{v} B = m r \omega^2$$

ili $m r \omega^2 + e r \omega B = m r \omega^2$

$$\omega^2 - \frac{eB}{m} \omega - \omega_0^2 = 0$$

Kako je Larmorova frekvencija $\omega_L = \frac{eB}{2m} = \frac{\mu_B}{\hbar} B$ imamo

$$\omega^2 - 2\omega_L \omega - \omega_0^2 = 0$$

$$\omega_{1,2} = \frac{2\omega_L \pm \sqrt{4\omega_L^2 + 4\omega_0^2}}{2} = \omega_L \pm \sqrt{\omega_L^2 + \omega_0^2}$$

ω_L je malo u odnosu na ω_0

$\omega_0 \sim 10^{16} \text{ s}^{-1}$ spectr. linija u vidljivoj oblasti

$$\omega_L = \frac{1,6 \cdot 10^{19} \text{ C}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} B \approx 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \cdot B \quad \text{jasno se vidi da je } \omega_L \ll \omega_0$$

Sledi $\omega_{1,2} = \omega_L \pm \omega_0$

U klasičnoj teoriji Zeemanovog efekta obično se harmonijsko

kretanje e^- u atomu razloži na dve komponente, od kojih je jedna paralelna sa poljem, a druga normalna na polje. Jasno je da mag. p. neće uticati na frekvenciju te

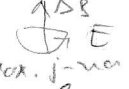
komponentalnog oscilovanja koje je paralelna sa poljem. Ova komponenta koja je normalna može da se razloži na dva kretanja po krugu u suprotnim smjerovima.

Kada ne bi bilo polja, onda bi i ta kretanja imala istu frekvenciju. Međutim pod uticajem polja jedno od tih kretanja dobije povećanje svoje frekvencije, a drugo za toliko manje.

Razmisljaje

Ispostavlja se da uticaj mag. polja ogleda se ne u tome da se radijus orbite uvedava ili smanjuje već u tome da se menja ugao na bitna. Može se reći da je to neodredivano ali može ovako može da se razmisljaja.

Pri uključivanju mag. polja ono ne dostiže trenutno svoju vrednost već u toku izvesnog intervala vremena. Taj rast traje veoma dugo u odnosu na vreme jednog obitaja e^- ako je igra i može se smatrati beskonačno polaganim, tako da se svakog trenutka uspostavlja ravnoteža između Lorencove i Kulonove sile sa jedne strane i centrifugalne sa druge strane. Kako mag. polje raste, raste i centrifug sila.

Rast mag. polja izaziva vrtložno el. polje, koje ima ose simetrije u smeru mag. polja. To vrtložno el. polje deluje na e^- i menja ω . [M. Juric' p.79, Шролковский стр. 247]  [П. Макс. i-mer.].
 Proces mora ovako da se opisuje jer sama Lorencova sila ne može da promeni bitnu rotacione jer je $\vec{F}_L \perp \vec{v} \Rightarrow$ nikada n rad ne može da vrši.

Šred. j-u u spina u magu. polju

Magn. moment je antiparalelan elektronskom spinu:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{m_0} \vec{S}$$

Energija spina u homog. mag. polju \vec{B} iz elektrodinamike je

$$V_s = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Pokusajmo da nađemo j-u analognu šred. j-u i

Ako izraz za energiju konvertujemo u Hamiltonov operat.

$$\frac{e}{m_0} \vec{B} \cdot \vec{S} \phi = E \phi \quad \dots \dots \dots (**)$$

Ako je $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ a znamo $S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$; $S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Leva strana postaje:

$$\frac{e\hbar}{2m_0} \begin{pmatrix} B_z & B_x - iB_y \\ B_x + iB_y & -B_z \end{pmatrix}$$

Ako uzmemo $B = (0, 0, B_z)$ dobićemo

$$\frac{eB_z}{m_0} \underbrace{\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{\hat{S}_z} \phi = E \phi \quad \dots \dots \dots (*)$$

a znamo $\hat{S}_z \phi = \hbar m_s \phi$ ($m_s = \pm \frac{1}{2}$)

\Rightarrow svojstvena vrednost iz j-ue (*) je:

$$E = \frac{eB_z}{m_0} \hbar m_s = \pm \frac{e\hbar}{2m_0} B_z \equiv \pm \mu_B B_z$$

Primetimo poklapanje sa klasičnom teorijom.

Napomenimo da možemo da formuliramo umesto j-ue (**)
odgovarajuću vremenski zavisnu šred. j-u

$$\frac{e}{m_0} \vec{B} \cdot \vec{S} \phi = i\hbar \frac{d\phi}{dt}$$

Ta j-ua može da se koristi posebno kada imamo
vremenski zavisno magnetno polje.

Opisivanje spinske precesije pomoću očekivanih vrednosti (Description of Spin Precession by Expectation Values)

Uzmimo \vec{B} duž z-ose a da Šr. j-ve je:

$$(1) \quad \mu_B B_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \phi = i\hbar \frac{d\phi}{dt}$$

Opšte rešenje je superpozicija ϕ_{\uparrow} i ϕ_{\downarrow} .
Kako Šr. j-va sadrži izvod po vremenu na desnoj strani, mi moramo uključiti u ϕ_{\uparrow} i ϕ_{\downarrow} odgovarajuće vremenske f-je $\exp(-iE_{\uparrow}t/\hbar)$ i $\exp(-iE_{\downarrow}t/\hbar)$

$$\hat{S}_z \phi_{\uparrow} = \frac{\hbar}{2} \phi_{\uparrow}$$

$$\hat{S}_z \phi_{\downarrow} = -\frac{\hbar}{2} \phi_{\downarrow}$$

$$\phi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \phi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{e}{m_0} B_z \hat{S}_z \phi \rightarrow \frac{e}{m_0} B_z \frac{\hbar}{2} \phi_{\uparrow} = i\hbar \frac{\partial \phi_{\uparrow}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{e}{m_0} B_z \hat{S}_z \phi \rightarrow \frac{e}{m_0} B_z \left(-\frac{\hbar}{2} \phi_{\downarrow}\right) = i\hbar \frac{\partial \phi_{\downarrow}}{\partial t} \quad (6)$$

$$|z(5) \Rightarrow \frac{\partial \phi_{\uparrow}}{\partial t} = -i \frac{e B_z}{2 m_0} \phi_{\uparrow} \Rightarrow \phi_{\uparrow} = A e^{-i E_{\uparrow} t / \hbar}$$

$$E_{\uparrow} = \frac{\hbar}{2} \frac{e B_z}{m_0} = \frac{\hbar}{2} \omega_0$$

$$|z(6) \Rightarrow \frac{\partial \phi_{\downarrow}}{\partial t} = -i \left(-\frac{e B_z}{2 m_0}\right) \phi_{\downarrow}$$

gde E_{\uparrow} i E_{\downarrow} se mogu napisati u obliku

$$E_{\uparrow} = \frac{\hbar}{2} \omega_0; \quad E_{\downarrow} = -\frac{\hbar}{2} \omega_0 \quad (\omega_0 = \frac{e}{m_0} B_z)$$

Kako linearna kombinacija može takođe da sadrži konstantne koeficijente to uvedemo opšte probno rešenje za (1)

$$\phi(t) = a \exp(-i\omega_0 t/2) \phi_{\uparrow} + b \exp(i\omega_0 t/2) \phi_{\downarrow}$$

Tražimo da je ϕ normalizovano, kao i uvač u kv mehanici, tj. da je skalarni proizvod $\langle \phi | \phi \rangle = 1$, to znači

$$|a|^2 + |b|^2 = 1$$

Uvedimo skraćevnice: $a \exp(-i\omega_0 t/2) = \alpha$; $b \exp(i\omega_0 t/2) = \beta$

$$\phi = \alpha \phi_{\uparrow} + \beta \phi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_z \phi = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix}$$

$$\phi^* \hat{S}_z \phi = \phi^* \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} (\alpha \beta) \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} (|\alpha|^2 - |\beta|^2)$$

$$\langle \hat{S}_z \rangle = \frac{\hbar}{2} (|\alpha|^2 - |\beta|^2)$$

Analogno može da se pokazuje:

$$\langle \hat{S}_x \rangle = \frac{\hbar}{2} (\alpha^* \beta + \alpha \beta^*)$$

$$\langle \hat{S}_y \rangle = \frac{\hbar}{2} i (\alpha \beta^* - \alpha^* \beta)$$

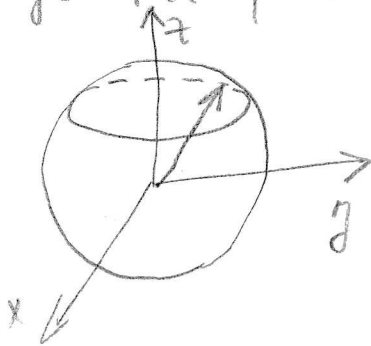
Pretpostavimo da su konstante a i b realne \Rightarrow

$$\langle S_z \rangle = \frac{\hbar}{2} (a^2 - b^2) = \text{const koja } \underline{\underline{\text{ne}} \text{ zavisi od vremena}}$$

\Rightarrow Očekivana vrednost z-komponente spina ostaje konstantna u tom vremenu.

$$\langle \hat{S}_x \rangle = ab \hbar \cos \omega t \quad ; \quad \langle \hat{S}_y \rangle = ab \hbar \sin \omega t$$

Komponenta spina u x-y ravni rotira sa ugodnom frekvencijom ω_0 . Dobilene očekivane vrednosti se mogu interpretirati kao precesiono kretanje.



Hamiltonijan vodonikovog atoma u konsto mag. polju

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p} + e\vec{A})^2 - \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{i\hbar e}{m} \vec{A} \cdot \nabla + \frac{e^2}{2m} A^2$$

gde je $\vec{A} = \frac{1}{2}(\vec{B} \times \vec{r})$ vekt. potencijal $[\vec{B} = \nabla \times \vec{A}]$

Mi ćemo koristiti uslov $\nabla \cdot \vec{A} = 0$. Šred. j-ua

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{i\hbar e}{m} \vec{A} \cdot \nabla + \frac{e^2}{2m} A^2 \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

Linearni sabirak po \vec{A} postaje:

$$- \frac{i\hbar e}{m} \vec{A} \cdot \nabla = - \frac{i\hbar e}{2m} (\vec{B} \times \vec{r}) \cdot \nabla = - \frac{i\hbar e}{2m} \vec{B} \cdot (\vec{r} \times \nabla) = \frac{e}{2m} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

Kvadratni sabirak može da se napiše:

$$\frac{e^2}{2m} A^2 = \frac{e^2}{8m} (\vec{B} \times \vec{r})^2 = \frac{e^2}{8m} [B^2 r^2 - (\vec{B} \cdot \vec{r})^2]$$

Linearni term odgovara interakciji energiji mag. polja sa orbitalnim mag. dipolnim momentom

$$\vec{\mu}_L = - \frac{e}{2m} \vec{L} = - \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

Interakcijska energija poprima oblik:

$$H_1' = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B}$$

Korismo je predstaviti H_1' u različitim jedinicama:

$$H_1' = 2,13 \cdot 10^{-6} \vec{B} \cdot \vec{L} \text{ a.u.} = 0,4669 \vec{B} \cdot \vec{L} / \hbar \text{ cm}^{-1}$$

Do sada mi nismo uračunavali spinski mag. moment e^-

$$\vec{\mu}_S = -g_s \frac{e}{2m} \vec{S} = -g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

g_s - spinski žiromagnetni odnos. Dirakova rel. teor. predviđa $g_s = 2$

Spinski mag. moment daje dodatnu interakciju u energiji

$$H_2' = -\vec{M}_s \cdot \vec{B} = g_s \mu_B \vec{B} \cdot \vec{S} / \hbar$$

Kompletan šr. j-na zajednoelektronski atom u konst. mag. polju uključujući spin-orbitalanu interakciju, ali zanemarujući - reduced mass effect - relativistic energy correction and - Darwin term.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \xi(r) \vec{L} \cdot \vec{S} + \frac{\mu_B}{\hbar} (\vec{L} + 2\vec{S}) \cdot \vec{B} + \frac{e^2}{8m} (\vec{B} \times \vec{r})^2 \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

$\psi(\mathbf{r})$ - Paulijeva t. f. ja.

$$\psi_{n\ell m_s}(\mathbf{r}) = \psi_{n\ell m}(\vec{r}) \chi_{\frac{1}{2}, m_s}$$

ξ - zajednička otklona za spinske i prostorne promjenjive.

$$\xi(r) = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \quad (\text{za } V = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r})$$

Odaberimo \vec{B} duž z-ose: $\vec{B} = (0, 0, B)$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \xi(r) \vec{L} \cdot \vec{S} + \frac{\mu_B}{\hbar} (L_z + 2S_z) B + \frac{e^2}{8m} B^2 r^2 \sin^2 \theta \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

θ - ugao između vektora \vec{r} i z-ose.

Sabirac: $\frac{\mu_B}{\hbar} (\vec{L} + 2\vec{S}) \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (L_z + 2S_z) B$ nazivase paramagnetni sabirak

$\frac{e^2}{8m} (\vec{B} \times \vec{r})^2 = \frac{e^2}{8m} B^2 r^2 \sin^2 \theta$ nazivase diamagnetni sabirak

Procenimo relativne kontribucije ta dva sabiraka:

Za stanja sa niskim angularnim momentom (procimo oko \hbar)

Red veličine linearnog (para...) sabiraka je $\mu_B B = \frac{e\hbar}{2m} B$.

Imajući na umu $\langle r^2 \rangle_{n\ell m} = a_0^2 \frac{n^4}{Z^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left[1 - \frac{\ell(\ell+1) - 1/3}{n^2} \right] \right\}$

kvadratni sabirak je reda $\frac{e^2 a_0^2 n^4 B^2}{8m Z^2}$

Odnos kvadratnog i lin. sabiraka je:

$$\frac{ea_0^2 n^4 B}{4\hbar Z^2} \approx \frac{n^4}{Z^2} B \cdot 10^{-6} \quad [B \text{ u } [T]]$$

U lab uslovima B ne prelazi nekoliko desetina tesla, tako da se kvadr. sabirak može bezbedno zanemariti ako n nije suviše veliko. Medutim u astrofizickim situacijama npr. neutronske zvezde B može da ide do $10^{11} T!$ i onda ne bi moglo da se zanemari kvadratni član.

Uopšte: Priroda rešenja zavisi da li mag. interakcija je veća ili manja od spin-orbitalne interakcije.

Strong fields [Linearni Zeemanov efekat]

The fine structure splitting za $n=2$ za vodonikov atom je $(0,365 Z^4) \text{ eV}$ i opada za veliku n kao n^{-3} .

Videli smo da mag. inter. energija je $H_1 = 0,4669 \vec{B} \cdot \frac{\vec{L}}{\hbar} \text{ eV}$

Tako da može se reći mag. int. energ. je veća od prethodne ako je $B > Z^4$ tesla. Za lab. uslove to su veoma jaka polja, ali za astrofizicke uslove nije. In the strong field limit, prvo rešenje sred. j-nu bez spin-orb. coupling kojase kasnije može tretirati kao perturbacija.

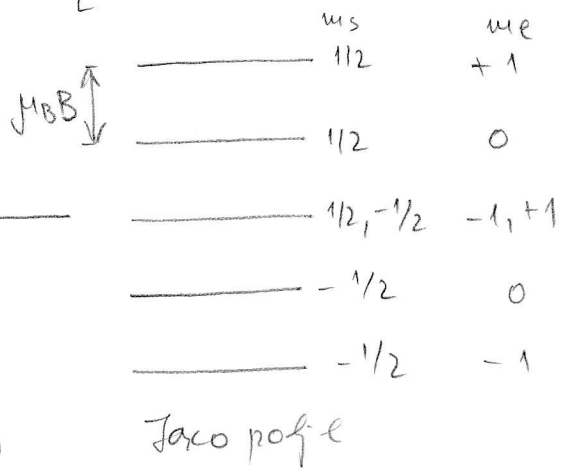
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] \psi(\rho) = \left[E - \frac{\mu_B B}{\hbar} (L_z + 2S_z) \right] \psi(\rho)$$

Neperturbovane t. f-je su $\psi_{n m_l m_s}$ su sv. f-je iz L_z i S_z tako da imamo:

$$E = E_n + \mu_B B (m_l + 2m_s), \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

Uvođenje mag. polja ne uklanja degeneraciju po l , ali preferencijalni pravac u prostoru, delimično skida degeneraciju po m_l i m_s cepajući nivo sa gl. kv. brojem n na jednako raspoređene termove. Ilustrujemo to na slučaju p -nivoa ($l=1$). Medutim energija starija sa $m_l=+1$ i $m_s=-1/2$ poklapa se sa $m_l=-1$ i $m_s=+1/2$

$$\left[1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) \right]$$



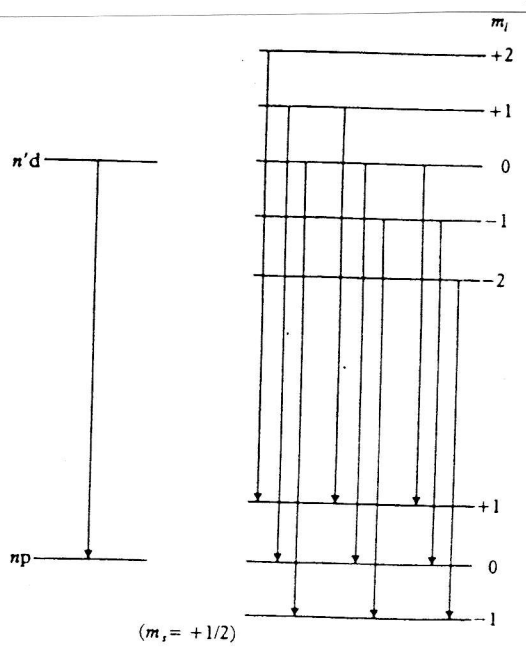
Selekcionska pravila za elektricne dipolne prelaze su:

$$\Delta m_s = 0 \quad \text{ i } \quad \Delta m_l = 0, \pm 1$$

Tako da spekt. linija koja odgovara prelazu $n \rightarrow n'$ cepa se na tri komponente.

Linija koja odgovara $\Delta m_l = 0$ ima originalnu frekvencu $\nu_{n'n}$ i nativa se π linija, dok dve linije sa $\Delta m_l = \pm 1$ nativaju se σ linije sa odgovarajućim frekvencama

$$\nu_{n'n}^{\pm} = \nu_{n'n} \pm \nu_L \quad \left(\nu_L = \frac{\mu_B}{h} B \text{ Larmorova frekv.} \right)$$



To cepanje se nativa normalni Zeemanov efekat a tri linije se zovu još Lorentzov triplet.

Pored slucaja very strong fields Lorentzovi tripleti mogu se zapaniti i kod viseelektronskih sistema za koje je totalni spin nula jer nema spin-orb. coupling.

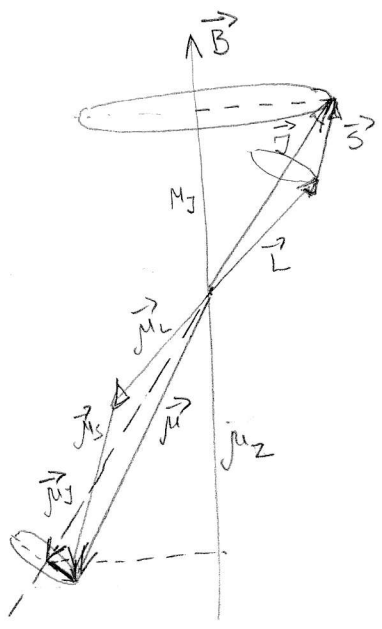
5.7 The normal Zeeman effect. In a strong magnetic field nine transitions are possible between the split levels consistent with $\Delta m_l = 0$ or ± 1 and $\Delta m_s = 0$. Of these, there are only three different frequencies and the lines form a Lorentz triplet.

$$\vec{\mu}_L = -g_L \frac{e}{2m} \vec{L} = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \quad - \text{mag. moment usled orbitalnog kretanja}$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{e}{2m} \vec{S} = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S} \quad - \text{spinski magn. moment}$$

$$g_L = 1, \quad g_S \approx 2$$

Da vidimo kako je ukupni mehanicki moment impulsa $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ povezan sa odgovarajucim mag. momentom $\vec{\mu}$, ali pravac vektora $\vec{\mu}$ neće se poklapati sa pravcem vektora \vec{J} , razlog je što su odnosi $\frac{\mu_L}{|\vec{L}|}$ i $\frac{\mu_S}{|\vec{S}|}$ nejednaki



$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$$

Intenzitet vektora $\vec{\mu}_y$ je:

$$\begin{aligned} \mu_y &= \mu_L \cos(\vec{L}, \vec{J}) + \mu_S \cos(\vec{S}, \vec{J}) \\ &= \frac{\mu_B}{\hbar} \left[g_L |\vec{L}| \cos(\vec{L}, \vec{J}) + g_S |\vec{S}| \cos(\vec{S}, \vec{J}) \right] \end{aligned}$$

$$\vec{S} = \vec{J} - \vec{L}$$

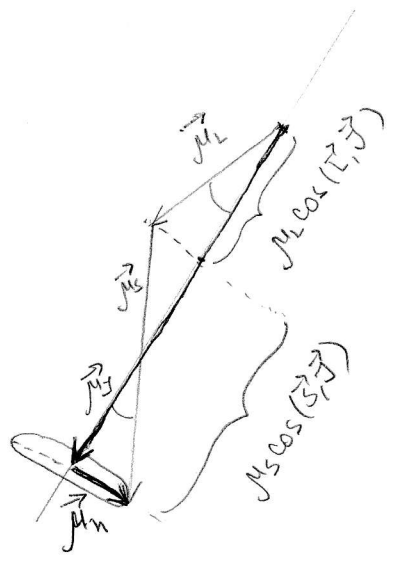
$$S^2 = \vec{S} \cdot \vec{S} = J^2 + L^2 - 2\vec{L} \cdot \vec{J}$$

$$\cos(\vec{L}, \vec{J}) = \frac{J^2 + L^2 - S^2}{2|\vec{L}||\vec{J}|}$$

$$\vec{L} = \vec{J} - \vec{S}$$

$$L^2 = \vec{L} \cdot \vec{L} = J^2 + S^2 - 2\vec{S} \cdot \vec{J}$$

$$\cos(\vec{S}, \vec{J}) = \frac{J^2 + S^2 - L^2}{2|\vec{S}||\vec{J}|}$$



* $\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S}) = -\frac{e}{2m} (\vec{J} + \vec{S})$
 odatle se tacnije vidi da $\vec{\mu}$ nije paralelan sa \vec{J} .

$$\mu_J = \frac{\mu_B}{\hbar} \left[g_L \vec{L} + g_S \vec{S} \right] \frac{\hbar^2 [J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)]}{2 \hbar^2 |J|^2}$$

$$\mu_J = \mu_B \frac{g_L [J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)] + g_S [J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)]}{2 J(J+1)} \frac{\vec{J}}{|J|}$$

$$\mu_J = g_J \frac{\mu_B}{\hbar} |J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}$$

g_J - Lande'-ov factor

$$g_J = g_L \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2 J(J+1)} + g_S \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2 J(J+1)}$$

$$= \frac{1}{2 J(J+1)} [J(J+1) + L(L+1) - S(S+1) + 2J(J+1) + 2S(S+1) - 2L(L+1)]$$

$$= 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2 J(J+1)} \quad (\text{za } S=0, g_J=1)$$

vector $\vec{\mu}_J$ je $\vec{\mu}_J = -\mu_J \frac{\vec{J}}{|J|} = -g_J \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{J}$

znak - označava da vectori $\vec{\mu}_J$ i \vec{J} imaju suprotne smerove.

Hamiltonian interakcije mag. momenta atoma sa \vec{B}

$$H_{int} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Ukupna energija atoma u spoljašnjem mag. polju je:

$$E \approx E^{(0)} + E^{(1)}$$

$E^{(0)}$ - energija atoma bez prisustva \vec{B}

$$E^{(1)} = \langle LSJM_J | H_{int} | LSJM_J \rangle = \langle LSJM_J | -\vec{\mu} \cdot \vec{B} | LSJM_J \rangle = \langle LSJM_J | -g_J \vec{B} | LSJM_J \rangle + \langle LSJM_J | -\vec{\mu}_n \cdot \vec{B} | LSJM_J \rangle$$

Usmerimo \vec{B} duž z-ose i neka je μ_z projekcija \vec{M}_J na z-osu.

$$E^{(1)} = \langle LSJM_J | -\mu_z B | LSJM_J \rangle = -\frac{1}{\hbar} g_J \mu_B B \langle LSJM_J | \hat{J}_z | LSJM_J \rangle$$

$$\underline{E^{(1)} = -g_J \mu_B B M_J}$$

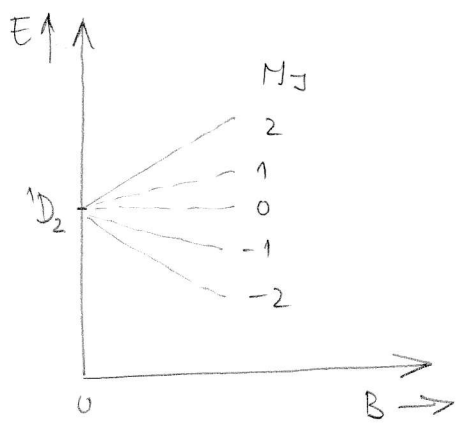
Drugi sabirak je nula zbog toga što on predstavlja srednju vrednost projekcije \vec{M}_J na z-osu $\langle \mu_{Jz} \rangle$.

Za interval vremena koji je veliki u odnosu na period unutrašnjeg precesiranja \vec{L} -a i \vec{S} -a $\langle \mu_{Jz} \rangle = 0$

=> Degeneracija energ. nivoa po M_J je skinuta i svaki nivo E_J se cepa na $2J+1$ komponentu

Primer 1D_2 ; $J=2$, $2J+1=5$

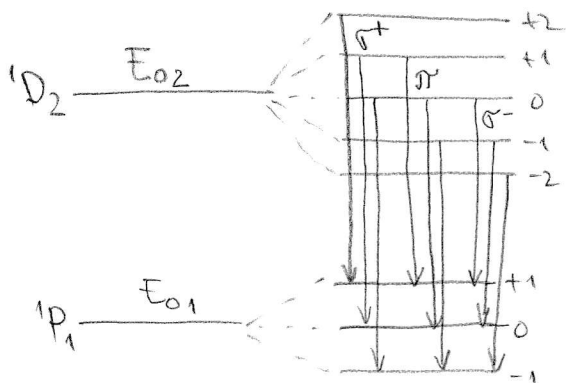
Uočimo linearnu zavisnost $E^{(1)}$ od polja B .



Da naglasimo: cepanje spektralnih linija u mag. polju javlja se kao posledica cepanja energetskih nivoa.

Razmotrimo primer dva nivoa 1D_2 i 1P_1

Neka su energije u slučaju $B=0$ E_{02} i E_{01} , respektivno



Gornji nivo cepa se na 5 komponenti jer je $J_2 = 2$, a donji na 3 ($J_1 = 1$)

Energija svake komponente je:

$$E_2 = E_{02} + M_{J_2} \mu_B B$$

$$E_1 = E_{01} + M_{J_1} \mu_B B$$

U izračunu g je istaknuto jer za singletne termove ($S=0$) imamo $g=1$. Energija kvanta zračenja, pri prelazu između komponenti biće

$$h\nu = E_2 - E_1 = h\nu_0 + (M_{J_2} - M_{J_1}) \mu_B B$$

gde je $h\nu_0 = E_{02} - E_{01}$

$$\Rightarrow \nu = \nu_0 + \Delta\nu; \quad \Delta\nu = \frac{1}{h} \mu_B B \Delta M, \quad \Delta M = M_{J_2} - M_{J_1}$$

Elektroni dipolni prelazi pokoravaju se pravilu $\Delta M = 0, \pm 1$

Slučaj $\Delta M = 0$, odgovara nepomerena π -komponenta: $\nu = \nu_0$

Dve σ -komponente nastaju pri $\Delta M = \pm 1$ i raspoređene su simetrično u odnosu na π -komponente. Dakle, u razmatranom slučaju jedna spektr. linija ν_0 za $B=0$, cepa se na tri ν_0 i $\nu_0 \pm \frac{1}{h} \mu_B B$, tako da imamo normalni Zeemanov efekat

Pazmotrimo sada anomalni Zeemanov efekat.

Na osnovu prethodnog možemo zaključiti da broj komponenti na kojima će se iscepiti spektralna linija bude veća od 3 ukoliko Landeovi množiitelji gornjeg (višeg) i nižeg nivoa imaju različite vrednosti:

$$\text{Sada je } E_2 = E_{02} + g_2 M_{J_2} \mu_B B$$

$$E_1 = E_{01} + g_1 M_{J_1} \mu_B B$$

za Π -komponente, kada je $\Delta M_J = 0$, ($M_{J_2} = M_{J_1}$)

$$h\nu_{\Pi} = h\nu_0 + (g_2 - g_1) \mu_B B M_{J_2}$$

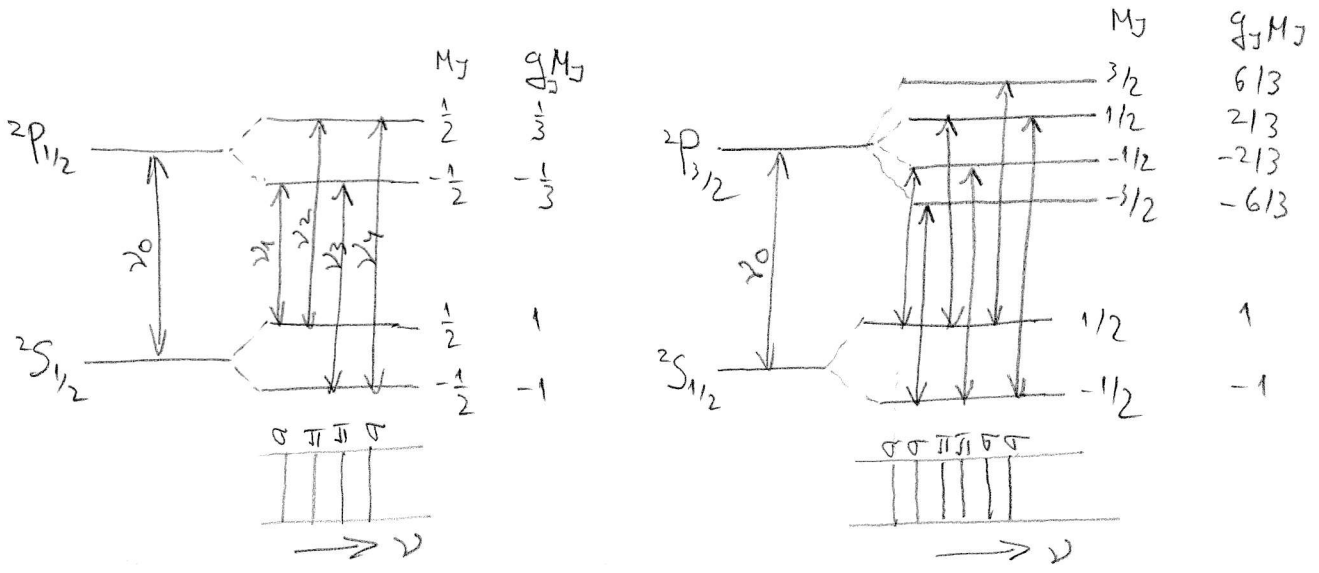
\Rightarrow broj Π -komponenti u spektru je jednak broju nivoa sa različitim vrednostima M_{J_2} , sa kojih je moguć prelaz na nivoe $M_{J_1} = M_{J_2}$. Dakle, broj Π -komponenti je jednak broju parova nivoa sa jednakim brojevima M_J

Za σ -komponente $\Delta M = \pm 1$ a frekvence udatimo:

$$h\nu_{\sigma} = h\nu_0 + \mu_B B [g_2 M_{J_2} - g_1 (M_{J_2} \pm 1)]$$

Razmotrimo cepanje osnovnog $^2S_{1/2}$ i prvog pobudnog stanja $^2P_{1/2, 3/2}$ terma alkalnog metala

Nivo	m_J	g_J	g_{JM_J}
$^2S_{1/2}$	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2	± 1
$^2P_{1/2}$	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\pm \frac{1}{3}$
$^2P_{3/2}$	$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\pm \frac{2}{3}, \pm \frac{6}{3}$



Linija $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$ cepa se na 4, a linija $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$ na 6 komponenti. Umesto dve rezonantne linije alkalnog metala (upr. D-linija natrijuma) imamo 10 linija od toga 4 od njih se odnose na Π -komponente ($\Delta M = 0$) a ostale na σ -komponente ($\Delta M = \pm 1$)

Ekperimentalno ispitivanje normalnog i anomalnog Zemmanovog efekta zahteva uređaje visoke rezolucije

Jako magnetsko polje

Z/14

U slabim i srednjim mag. poljima rastojanje između komponente cepanja spektralnih linija manje je od rastojanja između komponentata multipliteta tj. rastojanje između Π i Γ komponente upr. za D liniju natrijuma je manje od rastojanja između D-linija. Povećanjem mag. polja slično $\underline{E^{(1)}} = -\underline{g} \underline{\mu_B} \underline{M} \underline{B}$ dovodi do povećanja rastojanja između komponentata cepanja. Smatraćemo magnetsko polje jacim za dati atom ako rastojanje između komponentata magnetnog cepanja nadmašuje rastojanje između komponentata multipliteta. Podsetimo da veličina multiplotnog cepanja uslovljena je spin-orbitalnom interakcijom. Ako magnetno cepanje nadmašuje multiplotno to znači da je interakcija magnetnih momenata $\vec{\mu}_L$ i $\vec{\mu}_S$ međusobno, manja od interakcije svakog od njih sa magnetnim poljem \vec{B} . U tim slučajevima magnetsko polje razara (raskida) LS-vezu i vektor $\vec{\mu}_L$ i $\vec{\mu}_S$ počinju da precesiraju oko \vec{B} nezavisno jedan od drugog. U tom slučaju treba razmatrati prostorno kvantovanje vektora \vec{L} i \vec{S} takođe nezavisno.

Ukoliko je mag. indukcija dovoljno jaka, to energija interakcija mag. momenta sa B postaje veća od spin-orbitalne interakcije što ima za posledicu raskid veze između orbitalnog i spinskog momenta.

Energija interakcije atoma sa mag. poljem je sada jednaka sumi interakcija orb. i spin. momenta sa poljem:

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B} - \vec{\mu}_S \cdot \vec{B}$$

Prema vektorskom modelu vektori \vec{L} i \vec{S} se precesiraju nezavisno oko pravca \vec{B} sa projekcijama M_L i M_S

$$E^{(1)} = \langle LS M_L M_S | \mathcal{H}_{\text{int}} | LS M_L M_S \rangle = \langle LS M_L M_S | \mu_B \frac{1}{\hbar} \vec{B} (L_z + g_S S_z) | LS M_L M_S \rangle$$

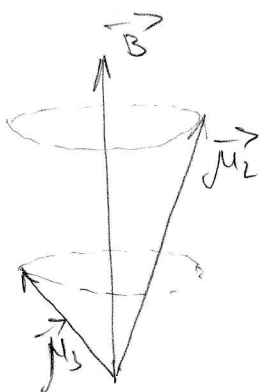
$$E^{(1)} = (M_L + g_S M_S) \mu_B B$$

Treba zapaziti da nakon raskida spin-orbitalne veze ne treba govoriti o ukupnom momentu. Zahvaljujući tome

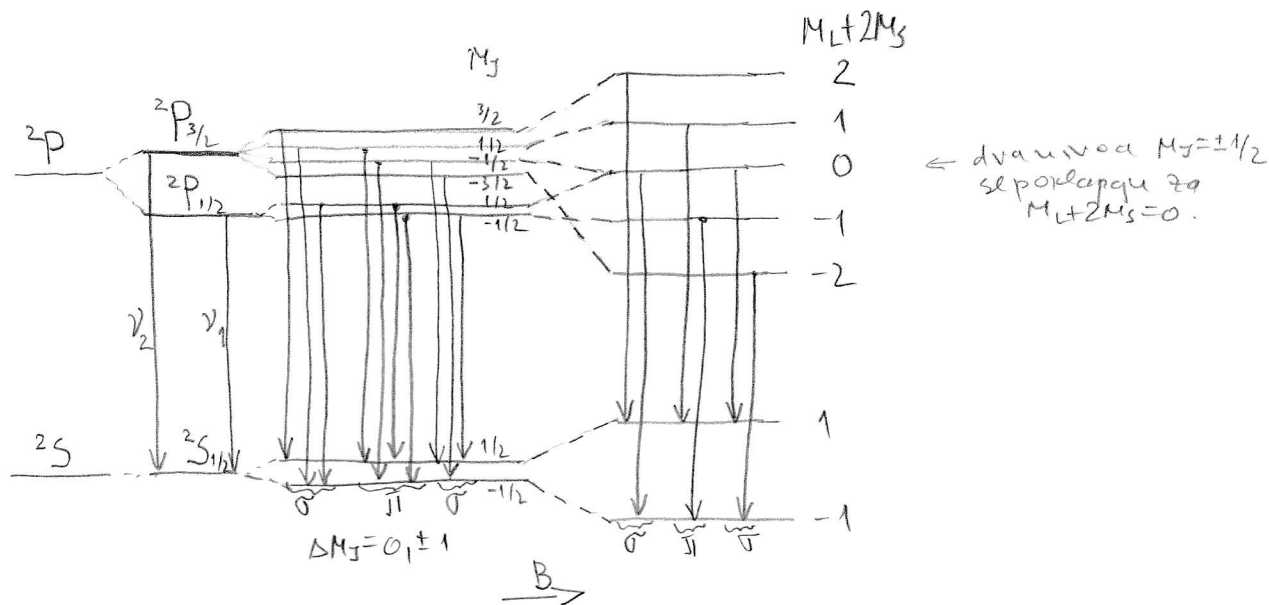
nivo ${}^2P_{1/2}$ se više ne razlikuje od ${}^2P_{3/2}$. Orbitalni moment atoma za $L=1$ može se na tri načina

orijentisati u odnosu na B ($M_L = -1, 0, 1$)

To daje 3 vrednosti energije interakcije i dovodi do cepanja P nivoa na 3 podnivoa. Kako pri svakoj orijentaciji orb. momenta spinski mag. moment može nezavisno da se orijentise na 2 načina to svaki od 3 podnivoa cepa se još na 2 spinska podnivoa. U konačnom, nivo 2P u jakom B cepa se na 6 podnivoa. Dok nivo 2S cepa se samo na 2 podnivoa.



Uzmimo primer kao i u slučaju anomalnoj Z. ef., $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$



M_L	M_S	$M_J = M_L + M_S$	$M_L + 2M_S$
1	1/2	3/2	2
0	1/2	1/2	1
-1	1/2	-1/2	0
1	-1/2	1/2	0
0	-1/2	-1/2	-1
-1	-1/2	-3/2	-2

Energetski položaj komponenta cepanja za gorući i donji term dati su:

$$E_2 = E_{02} + (M_L + 2M_S)\mu_B B$$

$$E_1 = E_{01} + 2M_S\mu_B B$$

Prelazi se pokoravaju selekcijskim pravilima $\Delta M_S = 0$, $\Delta M_L = 0, \pm 1$

Tako da sada za π i σ -komponente imamo:

$$h\nu_{\pi} = h\nu_0 \quad ; \quad h\nu_{\sigma} = h\nu_0 \pm \mu_B B$$

tj. svega tri linije imamo.

Dakle, u jačom magnetnom polju anomalni Zeemanov efekat prelazi u normalni. Ta pojava se naziva Pasen-Barkov efekat.

Prvi efekat Pasen-Barka je primećen 1912. za linije atoma Li, kod kojeg je multipletno cepanje veoma malo.