

Uvod u diferencijalne jednačine

Domaći zadatak br. 5

Nehomogena linearna DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima. Ojlerova DJ.
Smena nezavisno promenljive. Smena nepoznate funkcije. Metod varijacije konstanta. Snižavanje reda DJ.

1. Rešiti DJ: $y'' + y = \sin^4 x$.

2. Rešiti DJ: $y''' - 2y'' + 2y' = 4 \cos x \cos 3x + 6 \sin^2 x$.

3. Rešiti sistem DJ:

$$\begin{aligned} y' &= (2+z)x \\ x^3 z' - x^2 &= xy' - x^2 z - y - 2x^2, x > 0. \end{aligned}$$

4. Rešiti jednačinu $xy'' + 2y' + xy = 0$ ako se zna da je jedno njeno partikularno rešenje $\frac{\sin x}{x}$. Zatim rešiti nehomogenu jednačinu $\mathcal{L}(y) = \frac{1}{x}$. Napomena: $\int \frac{\sin x}{x} dx$ i $\int \frac{\cos x}{x} dx$ ostaviti u tom obliku.

5. Rešiti DJ $(4x^2 + 12x + 9)y''' - (6x^2 + 26x + \frac{51}{2})y'' + (7x^2 + 29x + \frac{143}{4})y' - (\frac{5}{2}x^2 + \frac{19}{2}x + \frac{101}{8})y = 0$ ako se zna da je jedno njeno partikularno rešenje $y_p(x) = e^{x/2}$.

6. Rešiti jednačinu $x(x^2 + 6)y'' - 4(x^2 + 3)y' + 6xy = 0$ ako se zna da je jedno njeno partikularno rešenje polinom drugog stepena, a zatim rešiti nehomogenu jednačinu $\mathcal{L}(y) = (x^2 + 6)^2$.

7. Rešiti jednačinu $x^2 y''' + 2x(3-x)y'' + (3x^2 - 8x + 6)y' + 2(3x-2)y = 0$ ako se zna da je jedno njeno partikularno rešenje $y_p(x) = \frac{1}{x^2}$.

8. Rešiti DJ: $y'' - 4xy' + (4x^2 - 2)y = e^{x^2}$.