

Uvod u diferencijalne jednačine

Domaći zadatak br. 1

DJ koja razdvaja promenljive. Homogena DJ. Linearna DJ

1. Rešiti DJ: $y' = xy - x + y - 1$.
2. Rešiti DJ: $xy' = y + y^3$.
3. Rešiti DJ: $y'e^y - 2x(e^y - 1) = 2x\sqrt{e^y - 1}$.
4. Rešiti DJ $ydx + (x \ln \frac{y}{x} - 2x)dy = 0$ i odrediti sve intergalne krivekoje prolaze kroz tačku $(1, 1)$ odnosno $(e, 1)$.
5. Rešiti DJ $xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y + x$.
6. Naći sve krive u ravni kod kojih je odsečak tangente od x -ose do tačke dodira sa krivomjednak odsečku koji ta tangenta gradi na Ox -osi.
7. Naći krivu koja prolazi kroz tačku $(1, 1)$ sa osobinom da je u svakoj njenoj tački količnik odsečka koga gradi tangenta te krive sa y -osom i odsečka koga, u istoj tački, gradi normala na krivu sa x -osom, jednak količniku apscise i ordinate tačke u kojoj je povučena tangenta.
8. Rezervoar kapaciteta 1500 litara sadrži 600 litara vode i 5 kilograma soli rastvorene u toj vodi. Voda ulazi u rezervoar brzinom 9 litara na sat i ta voda sadrži koncentraciju soli $\frac{1}{5}(1 + \cos t)$ kilograma po litru. Ta voda se odmah izmeša sa postojećom vodom u rezervoaru. Istovremeno iz rezervoara ističe već sasvim izmešana voda brzinom 6 litara u satu vremena. Koliko je soli u rezervoaru na kraju. (Kraj je kad je rezervoar napunjen do vrha)
9. Populacija insekata u rezervatu raste proporcionalno trenutnoj populaciji. U odsustvu svih spoljnih faktora populacija bi se utrostručila za dve nedelje. Svakog dana, doseli se 15 insekata iz spoljašnje sredine, 16 pojedu lokalne ptice i 7 prirodno ugine. Ako je u početku bilo 100 insekata, da li će populacija preživeti? Ako ne, kada dolazi do istrebljenja?
10. Neka je u jednačini $xy' + ay = f(x)$, $f \in C(0, l)$, $f(x) \rightarrow b$, kada $x \rightarrow 0$ i $a = \text{const} \neq 0$. Dokazati:
 - (a) Ako je $a > 0$ samo jedno rešenje ostaje ograničeno kada $x \rightarrow 0$;
 - (b) Ako je $a < 0$ sva ršenja ostaju ograničena kada $x \rightarrow 0$.

U oba slučaja odrediti granice.