

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА 1

Други колоквијум - 28.1.2016.

1. [10] Доказати да је за свако $n \geq 1$ и $1 \leq k \leq n+1$ број $\frac{n+1}{k} \cdot \binom{n}{k-1}$ природан. Затим доказати да је:

$$\binom{n}{0} + \frac{1}{2} \binom{n}{1} + \frac{1}{3} \cdot \binom{n}{2} + \dots + \frac{1}{n+1} \cdot \binom{n}{n} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}.$$

2. [11] Десет столица поређаних у низ потребно је обојити помоћу четири боје, али тако да је сваком бојом обојена барем једна столица. На колико начина је то могуће извести?

3. [11] Решити једначину $z^{10} + (-2 + i)z^5 - 2i = 0$.

4. [13] Нека су z_1, z_2, z_3 комплексни бројеви за које важи $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ и $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Доказати да је $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$.

5. [20] Колико уређених парова (a, b) , $a, b \in \{1, 2, \dots, 2016\}$ има особину да $d \nmid a - b$ за сваки прави делилац d броја 2016 (прави делилац неког броја је било који делилац осим јединице и самог тог броја)?

Резултат се рачуна на основу четири задатка на којима је студент освојио највећи број поена. Максималан број поена који је могуће освојити је 45.

Домаћи:

6. [5] Плеће Вгаб има азбуку која садржи само слова А,Б,В и Г. На њиховом језику су смислене оне и само оне речи које немају два иста слова на суседним местима. Колико има смислених осмословних речи на језику овог племена, које садрже тачно двапут свако слово из азбуке.

Време за рад 240 минута.

Сваки задатак **детаљно образложити!**