ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА 1

Први поправни колоквијум - 4.2.2016.

1. Имамо m различитих кутија и n куглица које се:
а) [7] не разликују;
б) [3] разликују.
На колико начина све куглице можемо сместити у кутије тако да свака кутија садржи барем једну, а највише две куглице?

2. [11] Тек оборено сатбло тежило је 2.25 тона и садржало је 64% воде. После недељу дана то стабло је садржало 46% воде. За колико се смањила маса стабла за ту недељу?

3. [11] Доказати да је за сваки паран број n могуће у табли $n \times n$ на свако поље уписати број 0 или број 1 на такав начин да је апсолутна вредност разлике броја јединица у i-тој врсти и i-тој колони увек једнака тачно 1.

4. [13] На табли је записан систем:

$$\begin{array}{ccccccccc} \bigcirc x_1 & + & \bigcirc x_2 & + & ... & + & \bigcirc x_{2016} & = & \bigcirc \\ \bigcirc x_1 & + & \bigcirc x_2 & + & ... & + & \bigcirc x_{2016} & = & \bigcirc \\ \vdots & & & & & & & & \\ \bigcirc x_1 & + & \bigcirc x_2 & + & ... & + & \bigcirc x_{2016} & = & \bigcirc \end{array}$$

који има 2016 једначина. Аца и Бранко, наизменично, у кружиће уписују реалан број по избору. Аца први почиње. Када попуне и последњи кружић тада:
а) Аца побеђује у случају да систем има бесконачно много решења, а Бранко у случају да систем нема решења;
б) Аца побеђује у случају да систем нема решења, а Бранко у случају да систем има бесконачно много решења.

Да ли неки од играча може да победи без обзира на начин игре другог играча?

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак **детаљно образложити!**