

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА 1

Први колоквијум - 02.02.2017.

1. [10] На колико начина можемо поставити 8 топова на шаховску таблу тако да се никоја два не туку?

(Легенда: шаховска табла је димензије 8×8 . Топови се туку ако су на истој врсти или истој колони)

2. [11] На страницама троугла ABC уочено је неколико тачака различитих од темена троугла и то: на страници AB – n тачака, на страници BC – m тачака и на страници AC – p тачака, тако да је $\min\{m, n, p\} \geq 3$. Ако је P укупан број правих одређен уоченим тачкама (не рачунајући праве одређене страницама троугла) а T укупан број троуглова чија су темена уочене тачке, да ли је веће T или P ?

3. [11] Колико комплексних бројева α има особину $\alpha^{100} = 1$ и $\alpha^i \neq 1$, за $i = 1, 2, \dots, 99$?

4. [13] Доказати да ни за један непаран број n не постоји једнакостраничан n -тоугао (не обавезно правилан и не обавезно конвексан али без самопресецања) са теменима у целобројној решетки.

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА 1

Други колоквијум - 02.02.2017.

1. [10] Доказати да је немогуће поставити 21 плочицу димензије 3×1 на таблу димензије 8×8 тако да само угаоно поље остане непокривено.

2. [11] Скакавац се налази у тачки са координатама $(1, 1)$ правоуглог координатног система. Скакавац из тачке (a, b) може да скочи у једну од тачака: (b, a) , $(a, 5b)$ или $(a + b, 2a - 4b)$. Доказати да скакавац не може након низа скокова да се нађе у тачки са координатама $(2016, 2017)$.

3. [11] Фибоначијев низ $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ дефинисан је са: $f_1 = f_2 = 1$ и $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$ за свако $n \in \mathbb{N}$. Доказати да је $f_{n+1}f_{n-1} - f_n^2 = (-1)^n$.

4. [13] Алиса је замислила полином $P(x)$ са коефицијентима из скупа \mathbb{N}_0 . Боб зна да су коефицијенти из \mathbb{N}_0 , али му није познат ни степен полинома ни било који његов коефицијент. Боб може поставити Алиси питање: колико је $P(a)$ за било који комплексан број a , на шта му Алиса одговара истинито. Да ли је увек могуће да Боб на овај начин одгонетне који је полином Алиса замислила, и колико најмање питања Боб мора да постави да би открио о ком полиному је реч, онда када је могуће?

Време за рад 240 минута.

Сваки задатак детаљно образложити!