# Matematika 3 - Drugi domaći zadatak

1. Izračunati dvostruke integrale :

   (a) $\iint\limits_D \frac{x}{y} dxdy$ , ako je oblast $D$ ograničena parabolama $y = x^2$ i $x = y^2$.

   (b) $\iint\limits_D xy\, dxdy$, ako je $D$ ograičena krivama $xy = 1$, $x + y = 5$.

   (c) $\iint\limits_D \frac{x^2}{y^2} dxdy$, ako je $D$ ograničena krivama $xy = 1$, $x = 2\, y = x$.

2. Izračunati sledeće trostruke integrale:

   (a) $I = \iiint\limits_V xdxdydz$, ako je oblast $V$ ograničena ravnima $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = h$, $x + y = a$.

   (b) $I = \iiint\limits_V xy\sqrt{z} dxdydz$, ako je oblast $V$ ograničena površima $z = 0$, $z = y$, $y = x^2$, $y = 1$.

3. Izračunati dvostruke integrale:

   (a) $\iint\limits_D xy\, dxdy$, ako je $D = \{(x, y) :\ x^2+y^2 \geq 1,\ x^2+y^2 \leq 2x,\ y \leq 0\}$.

   (b) $\iint\limits_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} dxdy$, ako je $D = \{(x, y) :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq e\}$.

   (c) $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy$, ako je $D = \{(x, y) :\ x^4 + y^4 \leq 1\}$.

4. Naći površinu oblast ograničene sledećim krivama:

(a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;

(b) $(x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2$;

(c) $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1$, $x = 0$, $y = 0$.

5. Izračunati sledeće trostruke integrale:

(a) $\iiint\limits_V \sqrt{x^2 + y^2}dxdydz$, ako je oblast $V$ ograničena površima $z^2 = x^2 + y^2$, $z = 1$.

(b) $\iiint\limits_V (x^2 + y^2)dxdydz$, ako je oblast $V$ definisana nejednakostima $z \leq 0$, $r^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$.

6. Naći zapreminu tela ograničenog sledećim površima:

(a) Elipsoidom $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

(b) Paraboloidom $z = 3 - x^2 - y^2$ i ravni $z = 0$.

(c) $z = 6 - x^2 - y^2$, $z^2 = x^2 + y^2$.

7. Izračunati krivolinijske integrale prvog reda:

(a) $I = \int\limits_L y\sqrt{1 + y^2}ds$, gde je $L$ deo krive $x = \ln y$ izmedju tačaka $(0, 1)$ i $(\ln 4, 4)$.

(b) $I = \int\limits_L xyds$, gde je $L$ luk elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ u prvom kvadrantu.

8. Izračunati sledeće površinske integrale prvog reda:

(a) $I = \iint\limits_S \sqrt{x^2+y^2}dS$, gde je $S$ deo konusa $\frac{x^2+y^2}{a^2} = \frac{z^2}{b^2}$ izmedju ravni $z=0$, $z=b$.

(b) $I = \iint\limits_S \frac{dS}{(1+z)^2}$, gde je $S$ deo sfere $x^2+y^2+z^2=a^2$, $z \leq 0$.

9. Izračunati krivolinijski integral drugog reda $I = \int\limits_L y^2dx + z^2dy + x^2dz$, ako je kriva

$$L : \begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2, \\ x^2+y^2=ax. \end{cases} \quad z \geq 0,\ a \geq 0.$$

10. Izračunati površinski integral drugog reda $I = \iint\limits_S (y-z)dydz + (z-x)dxdz + (x-y)dxdy$, ako je $S$ spoljna strana dela površi $x^2+y^2=z^2$ za $0 \leq z \leq h$.

11. Primenom Grinove formule izračunati

$$I = \int\limits_L (x+y)dx - (x-y)dy,\ gde\, je\, L : |x|+|y|=1.$$

12. Primenom formule Gaus-Ostrogradski izračunati

$$I = \iint\limits_S (x^4+y^4-z^4)dydz + 2(y^2+z^2-x^2)dxdz + 3(x+z-y)dxdy$$

ako je $S$ spoljna strana površi $x^2+y^2=z^2$ za $0 \leq z \leq h$.

13. Primenom Stoksove formule izračunati $I = \int\limits_L ydx + zdy + xdz$, ako je kriva $L : \begin{cases} x^2+y^2+z^2=R^2, \\ x+y+z=0, \end{cases}$
pozitivno orijentisana posmatrano iz tavčke $(R,0,0)$.