
1. INTERFERENCIJA SVETLOSTI

Inteferencija talasa različite prirode (*talasi na vodi, zvučni talasi, elektomagnetni talasi*), je pojava da na pojedinim mestima delići sredine osciluju sa maksimalnim amplitudama a na drugim mestima te amplitude su minimalne. Kao optička pojava, interferencija podrazumeva fenomen u kojem se pokazuje da je moguća kombinacija »**svetlost + svetlost = tama**«. Drugim rečima, moguće je da u jednoj tački ukupnoj amplitudi oscilovanja doprinose dva primarna koherentna talasa, gde se kao rezultat njihovog slaganja (**interferencije**) javlja pojava oslabljenog ili pojačanog oscilovanja. Pojava interferencije svetlosti predstavlja prostorni, obično geometrijski pravilan, raspored tamnih i svetlih mesta (pruga) u posmatranoj ravni. Istovremeno, interferencija predstavlja i preraspodelu energije upadnih talasa, koja dostiže maksimalne i minimalne vrednosti pri odgovarajućim uslovima (pri odgovarajućim putnim razlikama talasa koji interferiraju). Pojave različitih boja svetlosti na mehuru od sapunice, na tankom sloju ulja na vodi ili na kosom prelomu stakla, su posledice interferencije svetlosnih talasa odbijenih od prednje i zadnje površine providnog sloja.

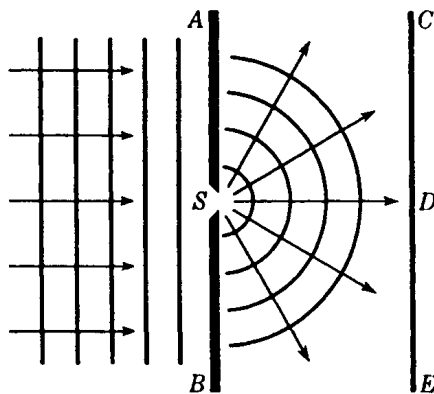
1.1 Interferencija dva svetlosna snopa

Kao što je napred rečeno, promenu intenziteta svetlosti dobijenu sabiranjem (superpozicijom) dva ili više koherentna svetlosna snopa (zraka) zovemo interferencijom. Ako je rezultujući intenzitet svetlosti manji od zbira pojedinačnih intenziteta upadnih zraka, radi se o destruktivnoj interferenciji, a ako je intenzitet veći imamo slučaj konstruktivne interferencije. Pojave interferencije svetlosti je eksperimentalno teško posmatrati zbog male talasne dužine svetlosnih talasa. Jung je u svom eksperimentu koristio proreze širine nekoliko mikrometara, a posmatrao ih je na zaklonu udaljenom nekoliko desetina centimetara.

Pored interferencije (sabiranja) talasa, prilikom njihovog prolaska kroz uzane otvore ili pored ivica, dolazi do delimičnog širenja u delu koji nije na liniji direktnog prostiranja talasa. To jest, dolazi do odstupanja od pravolinijskog prostiranja talasa i taj fenomen

nazivamo difrakcijom talasa. Da bi objasnio uočeno savijanje, Hajgens je predložio pravilo po kome se svaka tačka otvora pogodena upadnim svetlosnim snopom smatra izvorom novih sekundarnih talasa. Ovaj princip ima primenu ne samo u objašnjenju difrakcije svetlosti, nego se na osnovu njega mogu objasniti i zakoni odbijanja i prelamanja svetlosti na granici dve sredine.

Hajgensova ideja je predstavljena na slici 1.1. Posmatra se skup upadnih talasa koji pada na zaklon AB sa leve strane, a zaklon sadrži mali otvor S . Neka su dimenzije otvora manje od talasne dužine upadne svetlosti. Na svim delovima zaklona talasi će biti apsorbovani ili reflektovani, a samo će se kroz otvor S preneti na ekran CE . Iz činjenice da svetlost putuje po pravoj liniji bilo je za očekivati da samo zrak svetlosti iz otvora S padne na zaklon u tački D . Međutim, eksperimentalno je potvrđeno da se talasi na otvoru S šire u obliku polu krugova i osvetljavaju još neke tačke zaklona CE (što se može uspešno ilustrovati na vodenim talasima). Kako je napravljeni otvor veoma uzak, širenje svetlosti odgovara Hajgensovom principu, te se svetlost ne može smatrati *kontinuiranim vozom slučajnih impulsa* (kod pravolinijskog prostiranja).

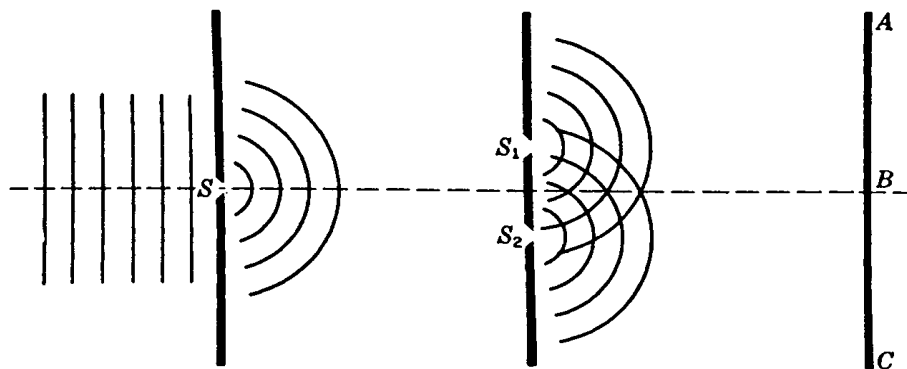


Slika 1.1. Hajgensov princip. Formiranje sfernih talasa na malom otvoru.

1.2 Jungov eksperiment

Kao što je ranije pomenuto, za posmatranje interferencije svetlosti potrebno je da upadni svetlosni zraci budu koherentni. Dva svetlosna talasa su koherentna ako se njihova fazna razlika tokom vremena ne menja. U sredini čija se optička svojstva ne menjaju u toku vremena, uslov koherentnosti mogu da ispune samo monohromatski talasi, pri čemu se talasne

dužine dvaju talasa mogu razlikovati. Talasi koji nisu monohromatski (ili oni koji sadrže odgovarajući opseg talasnih dužina), mogu biti koherentni samo ako potiču od istog izvora. Jung je deljenje svetlosti na dva koherentna snopa izveo preko sistema proreza, slika 1.2. Sunčeva svetlost se propušta kroz mali otvor S a zatim, na nekoj udaljenosti kroz male otvore S_1 i S_2 . Na taj način, dobili smo dva koherentna talasa, sa jednakim fazama i amplitudama.



Slika 1.2. Jungov eksperiment, prikaz.

Ta dva koherentna talasa na zaklonu AC usled interferencije stvaraju niz interferencionih minimuma i maksimuma u obliku svetlih i tamnih pruga. Podesnije je za razmatranje interferencije otvore zameniti prorezima a za izvor uzeti monohromatsku svetlost. Dobijena interferenciona slika se tada sastoji iz niza svetlih i tamnih linija (slika 1.3).



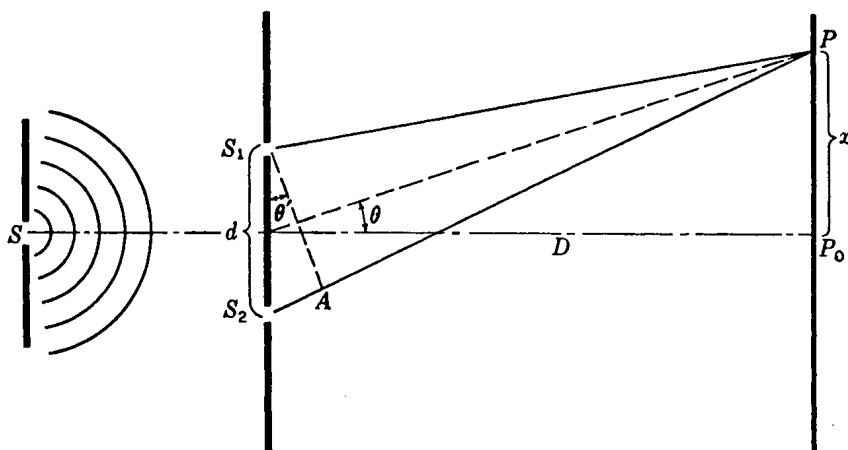
Slika 1.3. Interferenciona slika na dva proreza.

1.3 Intenzitet svetlosti u interferencionoj slici

Interferencioni maksimumi kod mehaničkih talasa odgovaraju onim mestima gde je putna razlika dva talasa jednaka celobrojnomo umnošku talasne dužine, $\Delta = k\lambda$, a minimumi

interferencije se dešavaju na mestima gde je putna razlika talasa jednaka neparnom umnošku polovine talasne dužine, $\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$.

U cilju određivanja putne razlike kod interferencije svetlosnih zraka, posmatrajmo sliku 1.4. Zaklon na kome se posmatra interferencionna slika se nalazi na rastojanju D od sistema dva proreza, koji su na međusobnom rastojanju d . U tački P_0 zaklona, putna razlika zraka je jednaka nuli (oni su u fazi) i imamo interfericioni maksimum.



Slika 1.4. Određivanje putne razlike u eksperimentu sa dvostukim prorezom.

Posmatrajmo sada tačku P na zaklonu koja se nalazi na rastojanju x od centra. Svetlosni talasi iz otvora S_1 i S_2 stižu u tačku P pošto su prešli različita rastojanja S_1P i S_2P . Odgovarajuća fazna razlika između njih je određena samo putnom razlikom (koherentni su, potiču od jednog istog izvora) i data je sa:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (S_2P - S_1P). \quad 1.3.1$$

Rastojanje tačke P od centra zaklona, a samim tim i putna razlika dva posmatrana zraka, je određena uglom θ pod kojim se tačka P vidi iz sredine proreza. Kako se Jungov eksperiment izvodi tako da je D hiljadu puta veće od x , važi da su uglovi θ i θ' veoma mali i praktično jednaki. Pod uslovom da smatramo trougao S_1AS_2 pravouglim, putna razlika Δ se može izraziti kao:

$$\Delta = d \sin \theta = d \frac{x}{D}, \quad 1.3.2$$

gde smo uveli aproksimaciju malih uglova za koje važi: $\sin \theta = x/D$. Ako vrednost putne razlike zamenimo u uslov za maksimum interferencije, dobijamo da će u tački P intenzitet biti maksimalan za rastojanja x za koje važi relacija:

$$\frac{xd}{D} = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, m\lambda. \quad 1.3.3$$

Odnosno,

$$x = m\lambda \frac{D}{d}, \quad 1.3.4$$

što odgovara svetlim trakama. Minimalna vrednost osvetljenosti zaklona se dešava pri vrednostima rastojanja x za koja važi:

$$\frac{xd}{D} = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad 1.3.5$$

odnosno za:

$$x = (m + \frac{1}{2})\lambda \frac{D}{d}, \quad 1.3.6$$

imamo tamne interferencione pruge. U prethodnim izrazima m uzima celobrojne vrednosti, $m = \pm 1 \pm 2 \dots$. Na osnovu gornjih jednakosti, za udaljenost između dve uzastopne svetle (ili tamne) pruge na ekranu se dobija ekvidistantno rastojanje:

$$\Delta = \lambda \frac{D}{d}. \quad 1.3.7$$

Vidimo da je položaj interferencionih maksima zavisao od talasne dužine svetlosti i udaljenosti zaklona D . Kako je rastojanje između maksimuma merljivo, lako je odrediti talasnu dužinu upadne svetlosti. Na osnovu prethodnih izraza proizilazi i da će svetlosni zraci različitih talasnih dužina formirati maksimume na različitim rastojanjima, unutar istog m . Znači da se polihromatska svetlost razlaže na monohromatske komponente (centralni maksimum je beo a svi ostali su obojeni).

Da bismo odredili intenzitet svetlosti usled interferencije u nekoj tački zaklona, iskoristićemo sliku 1.4. Posmatramo dva sinusna svetlosna talasa, istih amplituda i frekvencija a sa razlikom u fazi, u obliku:

$$a_1 = a \sin \omega t \quad i \quad a_2 = a \sin (\omega t + \delta), \quad 1.3.8$$

gde je δ fazna razlika.

Shodno jednačini 1.3.2, $\Delta = d \sin \theta = d \frac{x}{D}$ je putna razlika u tački P , na osnovu koje sledi da će fazna razlika (jednačina 1.3.1) za posmatrana dva talasa biti:

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} = 2\pi \frac{x d}{D \lambda}. \quad 1.3.9$$

Superpozicija ova dva koherentna talasa, odnosno njihova interferencija, daje u tački P rezultujućí talas oblika:

$$A = a_1 + a_2 = a [\sin \omega t + \sin(\omega t + \delta)] . \quad 1.3.10$$

Primenom trigonometrijske transformacije:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad 1.3.11$$

i uvođenjem smena $\alpha = \omega t + \delta$, $\beta = \omega t$ dobijamo:

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\delta}{2}, \quad \frac{\alpha + \beta}{2} = \omega t + \frac{\delta}{2}. \quad 1.3.12$$

To se u ovom slučaju za rezultujućí talas dobija oblik:

$$A = 2a \cos \frac{\delta}{2} \sin(\omega t + \frac{\delta}{2}). \quad 1.3.13$$

Amplituda rezultujućeg talasa u tački P je:

$$A = 2a \cos \frac{\delta}{2}. \quad 1.3.14$$

Vidimo da je određena polovinom fazne razlike. Njena maksimalna vrednost je:

$$A = 2a, \quad 1.3.15$$

i odakle sledi maksimalan intenzitet:

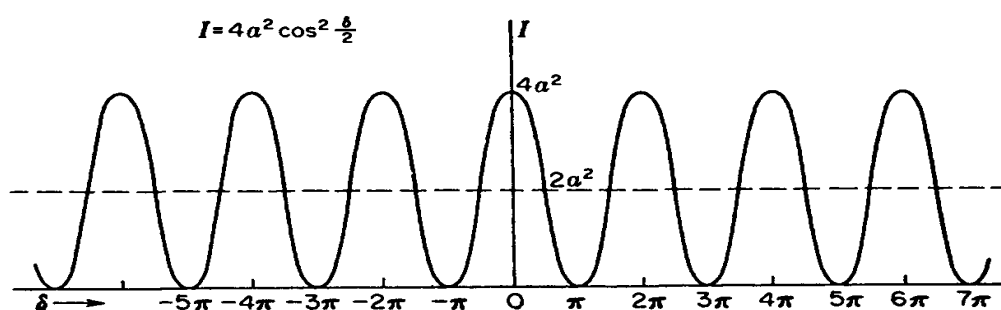
$$I = 4I_0 \approx 4a^2. \quad 1.3.16$$

Za intenzitete u ostalim slučajevima dobijamo:

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad 1.3.17$$

U tačkama za koje je putna razlika između talasa jednaka celobrojnom umnošku talasnih dužina, fazna razlika na osnovu izraza 1.3.1 je celobrojni umnožak od 2π , to jest, talasi su u fazi. Ukupna amplituda ima vrednost $A=2a$ (uz uslov $a_1=a_2=a$) i intenzitet je maksimalan $I = 4I_0 \approx 4a^2$. U tačkama u kojima je ispunjen uslov za minimum interferencije, fazna razlika je $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$, a_1 i a_2 su u protiv fazi (suprotno usmereni) pa je $A=0$ i imamo tamne pruge. Vrednost kvadrata amplitude varira u zavisnosti od vrednosti $\cos \delta/2$ u jednačini 1.3.17 tj. u zavisnosti od ugla δ .

Intenzitet interferencionih pruga dat je na slici 1.6 a uz korišćenje jednačine 1.3.17 za dva talasa jednakih amplituda i frekvencije, u zavisnosti od fazne razlike.



Slika 1.6. Raspodela intenziteta interferencije na proreza.

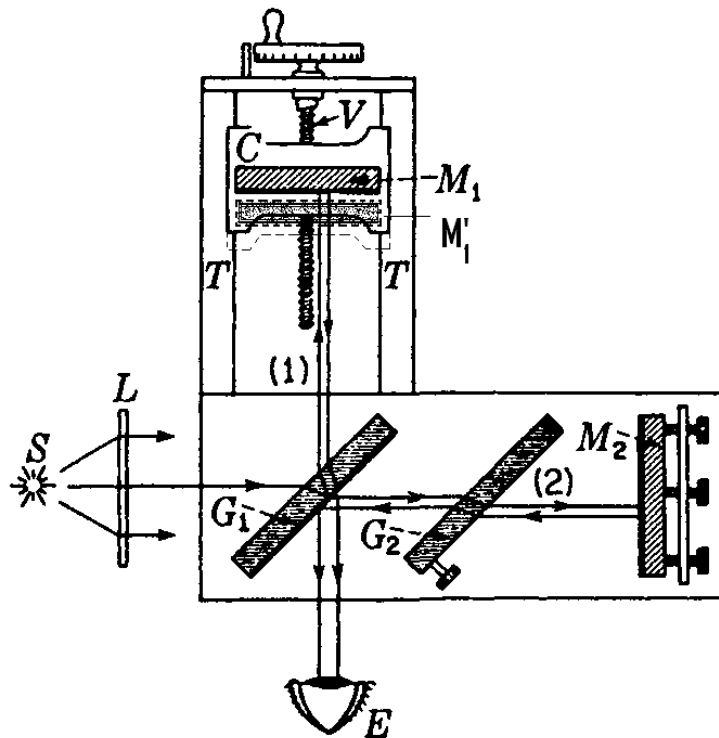
1.4 Primena interferencije

Primena interferencije zasnovana je na osetljivosti efekta interferencije na bilo koju malu promenu putne razlike između koherentnih talasa, koji daju interferentnu sliku u vidu svetlih i tamnih pruga. Interferencija je iskorišćena kod raznih instrumenata u cilju određivanja: talasne dužine svetlosti, indeksa prelamanja sredine, debljine tankih slojeva, kao i u cilju otklanjanja neželjenih refleksija i raznih aberacija. Takođe, interferencija svetlosti ima značajnu primenu i kod raznih laboratorijskih i proizvodnih kontrola (merenje malih dimenzija tela, raznih odstupanja u strukturi proizvoda, stepena hrapavosti i dr.)

Neznatna promena putne razlike izaziva primetno pomeranje interferencionih traka. Upravo na ovoj osobini zasniva se rad optičkih instrumenata koji se nazivaju interferometri. Interferometri su optički instrumenti u kojima se na osnovu ostvarene povoljne iterferencije koherentne svetlosti mogu vršiti precizna merenja. Jedan od najznačajnijih je Majkelsonov interferometer, koji je konstruisan 1882. godine.

Majkelsonov interferometar

Glavni optički delovi ovog interferometra su dva ravna ogledala M_1 i M_2 i polupropusne pločice G_1 i G_2 (blago posrebrene staklene pločice). Svetlost koja dolazi iz izvora S podeljena je na dva snopa (1) i (2) jednakih intenziteta, pomoću pločice G_1 . Zrak (1) putuje do ogledala M_1 , reflektuje se od njega ka pločici G_1 i ponovo se spaja sa zrakom (2), koji se reflektovao od ogledala M_2 . Ploča G_2 je kompenzaciona i iste je stukture kao i G_1 a postavljena je da bi oba zraka imala iste optičke puteve.



Slika 1.7. Prikaz Majkelsonovog interferometra.

Interferenciona slika se posmatra pomoću durbina u tački E . Ogledalo M_1 je pokretno a M_2 je fiksirano. Putna razlika zraka (1) i (2) se menja promenom rastojanja ogledala M_1 i na osnovu nje je određen karakter interferencione slike koju vidi posmatrač u tački E . Kada bi se ogledalo M_1 pomerilo za $\lambda/4$ u položaj M_1' putna razlika bi se promenila za $\lambda/2$ (dvostruko rastojanje M_1-M_1'). Ako bi se na mestu tamnog prstena pojavio svetli, nastala bi konstruktivna interferencija. Daljim pomeranjem ogledala M_1 bi se ponovo pojavila tamna a zatim i svetla

pruga. Na taj način može se odrediti talasna dužina upotrebene monohromatske svetlosti, odbrojavanjem broja pomeranja prstenova za dato rastojanje ogledala M_1 .

Kod interferencije monohromatske svetlosti, koji se koriste kod većine iterferencionih uređaja za merenje sa podesivim ogledalom, se uglavnom dobijaju svetli i tamni kružni prstenovi. Prstenovi ove vrste, kod posmatranja interferencije paralelnih zraka, nazivaju se prstenovi jednakog nagiba. Oni su najširi u centru, a polako se sužavaju idući ka marginama slike interferencione slike (slika 1.8).



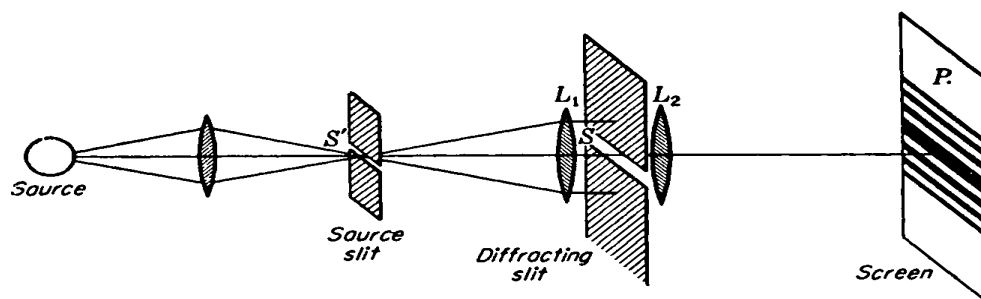
Slika 1.8. Interferenciona šara dobijena Majkelsonovim interferometrom.

2. DIFRAKCIJA SVETLOSTI

Difrakcija je pojava skretanja svetlosnih zraka sa pravolinijske putanje, pri nailasku na prepreke malih dimenzija, reda talasne dužine svetlosti. Postojanje difrakcije je i dokaz o talasnoj prirodi svetlosti.

Difrakcija postoji i kod zvučnih talasa. Zahvaljujući njoj zvuk se čuje iza prepreka, jer je talasna dužina zvučnih talasa oko jednog metra, pa su prepreke uporedive sa njom. Kod svetlosnih talasa, talasna dužina je reda od 390-750 nm, pa se ova pojava teže uočava.

Kada snop svetlosti prolazi kroz uski prorez, prostire se u izvesnoj meri u područje geometrijske senke. Ovaj efekat je jedan od najjednostavnijih primera difrakcije, odnosno neuspaha svetlosti da putuje pravolinijski. On se može objasniti na zadovoljavajući način samo pod pretpostavkom da svetlost poseduje talasna svojstva.



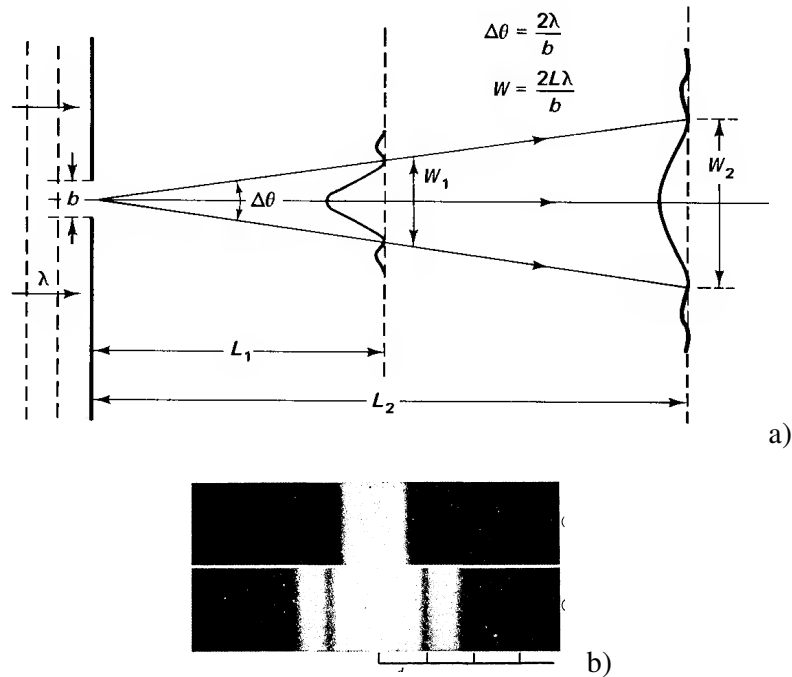
Slika 2.1. Eksperimentalni uređaj za dobijanje difrakcije na jednom prorezu. Fraunhoferova difrakcija.

Difrakcijske pojave je zgodno podeliti u dve opšte klase, (1) gde su izvor svetlosti i ekran na beskonačnoj udaljenosti – Fraunhoferovi efekti; (2) one gde su izvor svetlosti i ekran na konačnim rastojanjima - Frenelova difrakcija.

Fraunhoferovu difrakciju je teorijski mnogo lakše opisati. Svetlost iz izvora dolazi paralelno na sočivo koje je fokusirano na ekran. Raspored je takav da eliminiše izvor iz beskonačnosti. U posmatranju Frenelove difrakcije nisu neophodna sočiva ali su zato talasni frontovi divergentni a samim tim je teorijsko razmatranje složenije.

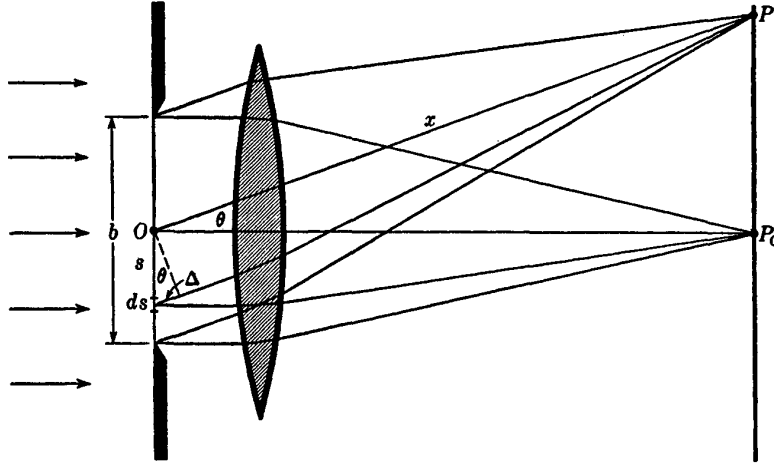
2.1 Difrakcija na jednom prorezu, Fraunhoferova interpretacija

Posmatrajmo prorez pravougaonog oblika, znatno veće dužine od širine (vidi sliku 2.1). Razmotrimo sada prepreku S postavljenu kao na slici, a koja je osvetljena monohromatskom svetlošću iz uskog otvora S' postavljenog u fokusu sočiva L_1 . Posle proreza, svetlost se fokusira pomoću drugog sočiva L_2 na ekran ili fotografskoj ploči u tački P . Tačka P je mesto na zaklonu u kome posmatramo difrakciju. Efekti difrakcije svetlosti na uskom prorezu pokazuju da se difrakciona slika sastoji od jednog širokog centralnog maksimuma (slika 2.2), sa jako izraženim intenzitetom, a sa obe njegove strane nalaze se naizmenično tamni i svetli pojasevi. Intenzitet svetlih pruga opada sa povećanjem rastojanja od središnjeg maksimuma.



Slika 2.2. Difrakciona slika sa središnjim maksimumom (a, šematski prikaz) i izgled na fotografskoj ploči (b).

Sve tačke difrakcionog otvora, na osnovu Hajgensovog principa, postaju izvor sekundarnih talasa, koji se usled difrakcije na uskom prorezu šire u svim pravcima pod različitim uglovima. Na slici 2.3 predstavljen je otvor širine b , osvetljen paralelnim snopom svetlosti sa leve strane.



Slika 2.3 Objašnjenje difrakcije na jednom otvoru.

Deo svakog sfernog talasa koji se prostire normalno na ravan proreza, biće fokusiran sočivom u tački P_0 , dok će oni delovi koji se prostiru pod uglom θ u odnosu na pravac OP_0 biti fokusirani u tački P . Posmatrajmo prvo deo sekundarnog talasa emitovan elementom ds u centru proreza. Njegova amplituda će direktno biti srazmerna dužini ds a obrnuto srazmerna rastojanju tačke P od centra O , označenom sa x . Taj element će u tački P uzrokovati infinitezimalni pomeraj koji se, za sferni talas, može predstaviti jednačinom:

$$dy_0 = \frac{a ds}{x} \sin(\omega t - kx), \quad 2.1.1$$

gde je a amplituda talasa po jedinici dužine proreza. Pomeranjem pozicije elemenata ds duž proreza, pomeraji koje oni uzrokuju u tački P će se razlikovati u fazi, zbog postojanja putne razlike Δ (slika 2.3). Neka je ds element na udaljenosti s ispod centra proreza O , njegov doprinos u tački P će biti:

$$dy = \frac{a ds}{x} \sin[\omega t - k(x + \Delta)] = \frac{a ds}{x} \sin[\omega t - kx - ks \sin \theta]. \quad 2.1.2$$

Nađimo sada ukupan doprinos svih elemenata duž proreza b , i to integracijom izraza (2.1.2), tako što ćemo uzeti u obzir doprinose parova elemenata simetrično postavljenih na rastojanjima s i $-s$ od centra proreza, od kojih svaki ima doprinos:

$$dy = dy_{-s} + dy_s = \frac{a ds}{x} [\sin(\omega t - kx - ks \sin \theta) + \sin(\omega t - kx + ks \sin \theta)]. \quad 2.1.3$$

Koristeći identitet $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$, dobijamo izraz:

$$dy = \frac{a ds}{x} [2 \cos(ks \sin \theta) \sin(\omega t - kx)] ,$$

koji treba integraliti u opsegu $s=0$ do $b/2$. Rastojanje x ćemo smatrati konstantnim, iako njegova promena utiče na amplitudu. Dakle,

$$\begin{aligned} y &= \frac{2a}{x} \sin(\omega t - kx) \int_0^{b/2} \cos(ks \sin \theta) ds \\ &= \frac{2a}{x} \left[\frac{\sin(ks \sin \theta)}{k \sin \theta} \right]_0^{b/2} \sin(\omega t - kx) \\ &= \frac{ab}{x} \frac{\sin(\frac{1}{2} kb \sin \theta)}{\frac{1}{2} kb \sin \theta} \sin(\omega t - kx) . \end{aligned} \quad 2.1.4$$

Rezultujuća elongacija talasa u posmatranoj tački P , će dakle biti prosto periodična, harmonijska funkcija vremena, čija se amplituda menja u zavisnosti od položaja tačke P , koji je određen uglom θ i rastojanjem x . Ta amplituda je data izrazom:

$$A = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta} , \quad 2.1.5$$

gde je $\beta = 1/2 kb \sin \theta = (\pi b \sin \theta) / \lambda$, i $A_0 = ab/x$. Ovako definisan, ugao β predstavlja polovinu fazne razlike između doprinosa koji dolaze sa suprotnih ivica proreza. Na ovaj način može da se izračuna veličina rezultujuće amplitude A duž pravca $P - P_0$.

Svetlosne pojave je mnogo jednostavnije opisati pomoću intenziteta svetlosti I , koji je srazmeran kvadratu amplitude talasa:

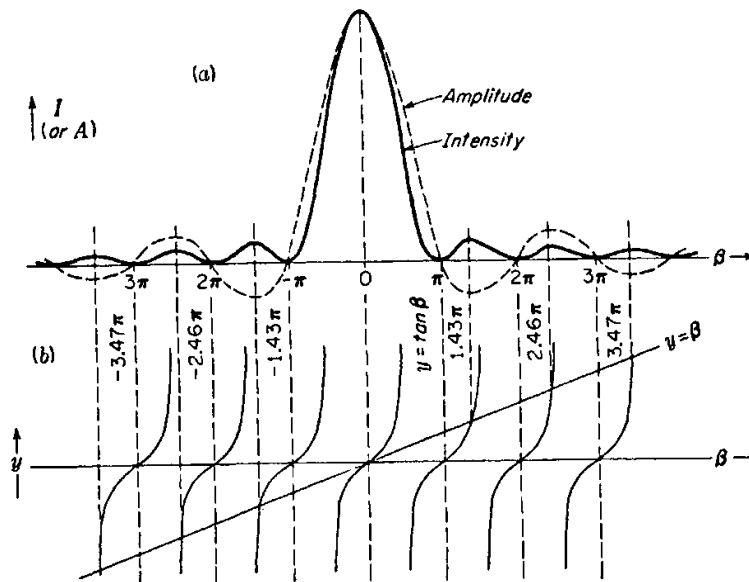
$$I \approx A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} . \quad 2.1.6$$

Ukoliko svetlost upada pod nekim uglom α na posmatrani prorez, onda je β određeno izrazom:

$$\beta = \frac{\pi b (\sin \alpha + \sin \theta)}{\lambda} . \quad 2.1.7$$

2.2 Dalja istraživanja difrakcione slike na jednom prorezu

Zavisnosti amplitude (2.1.5) i intenziteta (2.1.6) u funkciji od ugla β su prikazane na slici 2.4, uz pretpostavku konstantne amplitude $A_0=1$. Kriva intenziteta je oblika koji opisuje eksperimentalne rezultate na slici 2.2.b. Maksimalni intenzitet centralne trake je u tački P_0 na slici 2.3, u kojoj svi sekundarni talasi stižu u fazi jer im je putna razlika $\Delta=0$. U ovoj tački je $\beta=0$ i količnik $\frac{\sin \beta}{\beta}$ postaje neodređen u tom slučaju.



Slika 2.4. Relativni odnos intenziteta i amplituda kod difrakcije na jednom prorezu.

Međutim, ako se uzme u obzir da se pri malim uglovima $\sin \beta$ približava vrednosti β onda je vrednost $\frac{\sin \beta}{\beta}=1$, za $\beta=0$. Ovo znači da je amplituda u tom slučaju A_0 a intenzitet je $I \approx A^2 = A_0^2$ i imamo centralni glavni maksimum. Na osnovu izraza 2.1.6, intenzitet pada na nulte vrednosti za vrednosti $\beta = m\pi$, gde je $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Između ovih nultih intenziteta, javljaju se sekundarni maksimumi 1-og, 2-og, 3-eg...tj m-tog reda.

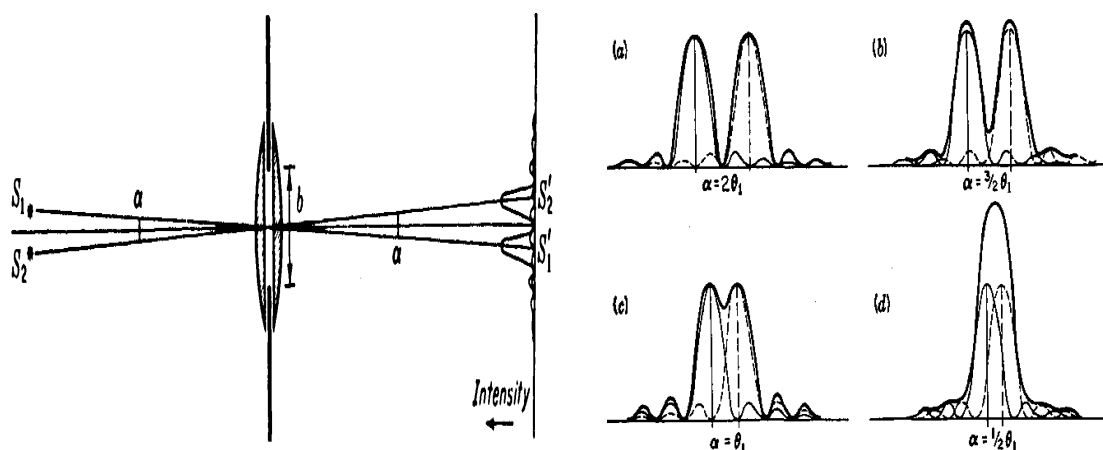
Ovi sekundarni maksimumi se ne nalaze na polovini između tačaka koje daju minime, već su pomereni ka središtu difrakcione slike za iznos koji opada sa porastom reda m . Tačne vrednosti β za koje se dobijaju sekundarni maksimumi mogu se naći diferenciranjem izraza 2.1.5, odakle se dobija uslov $\tan \beta = \beta$. Vrednosti β koje zadovoljavaju

ovaj uslov mogu se odrediti kao mesta preseka krive $y = \operatorname{tg} \beta$ i prave linije $y = \beta$, kao što je predstavljeno na slici 2.4b. Sa posmatrane slike su određene vrednosti: $\beta = \pm 3.47\pi$, $\pm 2.46\pi$, $\pm 1.47\pi$. Treba istaći da se intenziteti sekundarnih maksimuma aproksimativno mogu izračunati i na osnovu položaja tačaka na polovini rastojanja između minimuma $\beta = m\pi$, to jest u tačkama $\beta = \pm 3\pi/2$, $\pm 5\pi/2$, $7\pi/2$. Na osnovu njih se dobijaju sekundarni intenziteti koji su $\frac{1}{22.2}$, $\frac{1}{61.7}$, $\frac{1}{121}$ od vrednosti intenziteta maksimuma I_0 , odnosno 4.72%, 1.65% i 0.83% od vrednosti I_0 .

2.3 Moć razlaganja, Rejljev kriterijum

Difrakcija se javlja i kod posmatranja udaljenih tela optičkim instrumentima, zbog konačne širine otvora objektivna tih instrumenata. Takođe, ona se javlja i kada svetlosni talas ne pada normalno na ravan otvora ili prepreke već pod nekim uglom. U tom slučaju, središte centralnog maksimuma nije u preseku simetrale sistema i zaklona već je pomeren.

Ako posmatramo dve udaljene zvezde kroz teleskop, svetlost zvezda će padati na kružni otvor teleskopa. Ako zamislimo da je zvezda tačkasti svetlosni izvor, kada svetlost prolazi kroz otvor, u opštem slučaju, njen lik će imati oblik difrakcione slike na kružnom otvoru. On će imati centralni maksimum, ali i koncentrične svetle i tamne prstenove, tj. maksimume i minimume osvetljenosti oko centralnog maksimuma.



Slika 2.5. Definisavanje Rejljevog kriterijuma.

Ako posmatramo likove dve zvezde koje se vide iz centra objektiva teleskopa pod uglom θ , dobiće se dva maksimuma okružena minimumima i maksimumima u obliku koncentričnih krugova, kako je prikazano na slici 2.5. Ako je ugao dovoljno veliki neće doći do značajnog preklapanja likova i oni će se razlikovati kako je prikazano na slici 2.5.a. Međutim ako je ugao pod kojim se vide jako mali, tada će doći do većeg preklapanja difrakcionih likova i na okularu teleskopa se likovi zvezda neće razlikovati, kako je prikazano na slici 2.5.c. Zbog ovoga je potrebno naći minimalni ugao pod kojim mogu da se vide zvezde da bi se njihovi likovi razlikovali tj. da bi bili razloženi.

Uslov za minimalni ugao se određuje na bazi Rejljevog kriterijuma, koji glasi:

Kada se središte centralnog maksimuma jednog lika nađe na mestu prvog minimuma drugog lika, kaže se da su likovi tek razloženi.

Na osnovu proučavanja difrakcije na jednom preseku, prvi minimum se vidi pod uglom θ koji se određuje na osnovu izraza $\Delta = \frac{b}{2} \sin \theta$ za pravougaoni, a izraza $\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{b}$ za kružni otvor. Ako se primeni Rejljev kriterijum, ovaj ugao je upravo jednak minimalnom uglu θ_{min} , pod kojim treba da se vide dve zvezde iz centra malog preseka ili otvora, da bi im likovi bili tek razloženi. Ako teleskop ima kružni otvor, tada se na osnovu izraza za kružni otvor dobija da je:

$$\sin \theta_{min} = \sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{b}, \quad 2.3.1$$

gde je b prečnik otvora teleskopa. Kako je $\theta_{min} = \theta$ veoma mali ugao zbog velike udaljenosti zvezda, može se uvesti aproksimacija da je $\sin \theta_{min} \approx \theta_{min}$, pa izraz za minimalni ugao može da se napiše i kao:

$$\sin \theta_{min} \approx \theta_{min} = 1.22 \frac{\lambda}{b}. \quad 2.3.2$$

Slučaj kada se zvezde vide pod uglom θ_{min} kada su likovi prema Rejljevom kriterijumu tek razloženi prikazan je na slici 2.5.b.

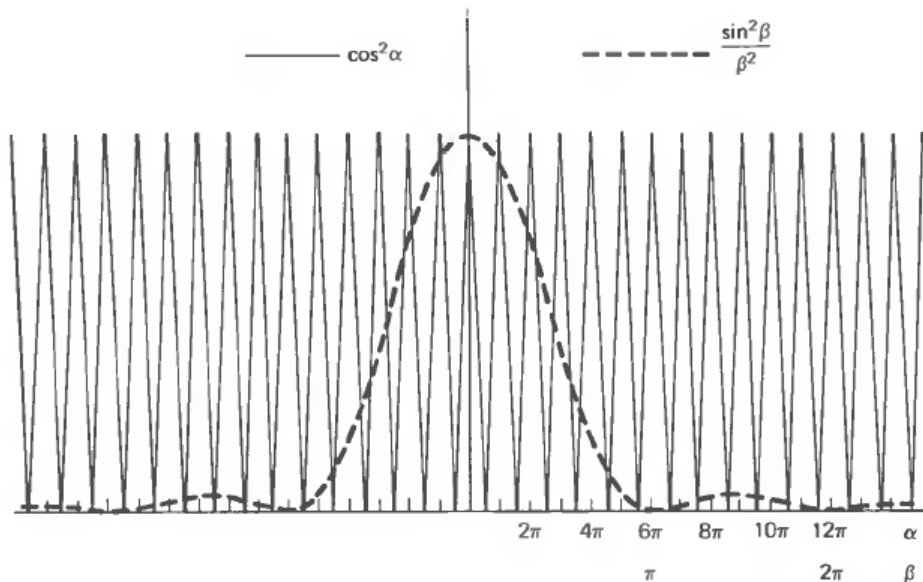
2.4 Difrakcija na više otvora. Difrakciona rešetka

Kod opisivanja Jungovog eksperimenta interferencije svetlosti na dva proreza, pretpostavljeno je da su prorezi dovoljno uzani i da podjednako osvetljavaju celu površinu zaklona na kome se posmatraju interferencione pruge. Kod realnih proreza to nije slučaj i pojava difrakcije svetlosti na pojedinačnom otvoru redukuje intenzitet svetlih interferencionih pruga, a pojedine gasi u potpunosti.

Može se pokazati da u slučaju difrakcije svetlosti na dva proreza difrakciona slika predstavlja kombinaciju efekta ineterferencije svetlosti na prorezima i difrakcije na pojedinačnom prorezu. Za dva proreza širine b a na međusobnoj udaljenosti d (udaljenost između centara pojedinih proreza), intenzitet osvetljenosti u nekoj tački zaklona, koja se vidi pod uglom θ iz sredine između dva proreza, dat je izrazom:

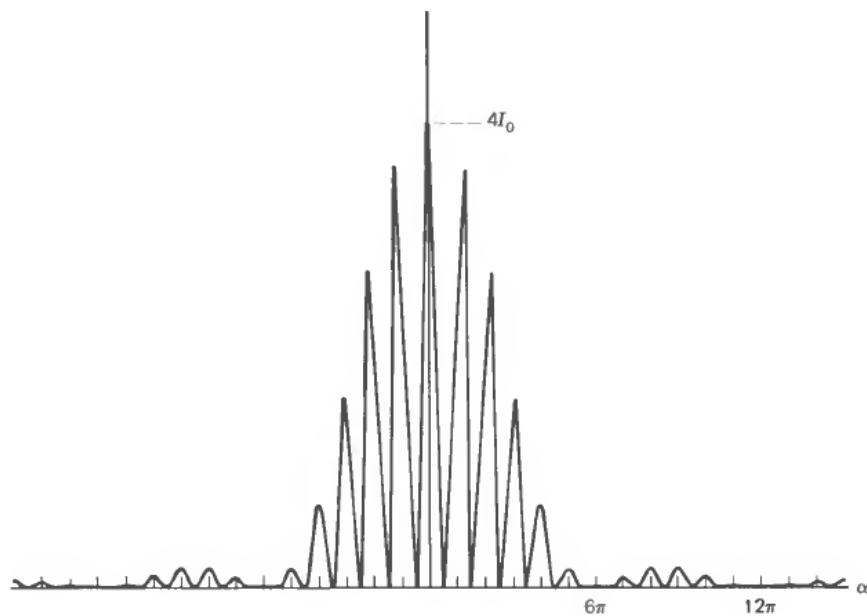
$$I_{\theta} = 4I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \delta/2, \quad 2.4.1$$

gde je $\beta = \pi/\lambda b \sin \theta$, ugao koji određuje karakter difrakcione slike na jednom otvoru, a $\delta/2 = \pi/\lambda d \sin \theta$ ugao koji određuje karakter interferencione slike na dva otvora. Difrakcioni član i interferencioni su predstavljeni na slici 2.6, za odnos $d = 6b = 60\lambda$.



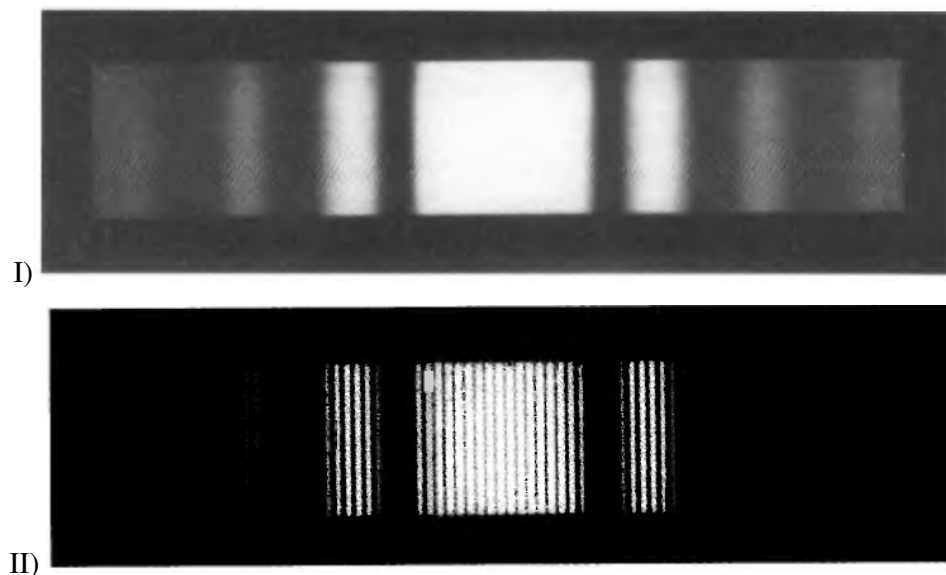
Slika 2.6 Interferencioni (puna linija) i difrakcioni (isprekidana linija) član kod Fraunhoferove difrakcije na dva otvora.

Na osnovu definicije uglova β i δ , sledi da će se za odnos $d/b=6$, poklapati difrakcioni minimumi prvog reda sa interferencionim maksimumom šestog reda. To poklapanje će se nastaviti i u višim redovima, svuda gde je odnos redova jednak odnosu d/b . To jest, efekti interferencije u tim redovima će biti poništeni efektom difrakcije na jednom prorezu. Rezultujući intenzitet, dat jednačinom 2.4.1 je predstavljen na slici 2.7.



Slika 2.7 Raspodela intenziteta osvetljenosti kod difrakcije na dva otvora (jed. 2.4.1).

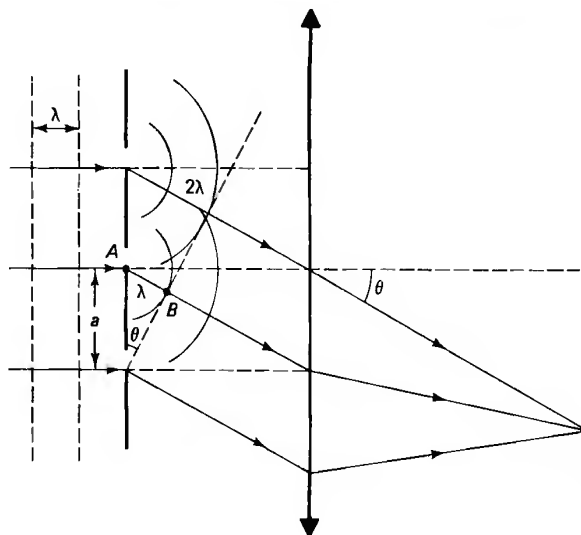
Raspodele osvetljenosti koje se dobijaju eksperimentalno kod difrakcije na jednom i dva proreza, predstavljene su na slici 2.8.



Slika 2.8. Difrakciona slika na jednom (I) i na dva otvora (II).

Na slici 2.8(II) se unutar centralnog difrakcionog maksimuma jasno uočavaju tamni interferencijski minimumi, kao i u susedna dva sekundarna difrakciona maksimuma.

Ako svetlost prolazi kroz N paralelnih svetlih otvora (difrakciona rešetka) dobijena slika se znatno menja u odnosu na slučaj dva otvora. U ovom slučaju se javljaju jasno izraženi glavni maksimumi između kojih se javljaju $N-2$ sekundarnih maksimuma znatno manjeg intenziteta. Što je broj proreza veći, glavni maksimumi su sve većeg intenziteta i uži su, tako da je difrakciona slika jače izražena.



Slika 2.9. Difrakciona rešetka – formiranje glavnog difrakcionog maksimuma.

Na zaklonu koji je veoma udaljen od rešetke (može se smatrati na beskonačnom udaljenju od rešetke) posmatra se difrakciona slika. Posmatramo paralelne zrake koji dolaze na donju ivicu svakog otvora. Da bi se odredila raspodela intenziteta svetlosti na zaklonu, iskoristićemo metodu sabiranja kompleksnih amplituda sekundarnih talasa. U idealnom slučaju, amplitude koje potiču od pojedinačnih proreza su iste vrednosti, označimo ih sa a . Idući od proreza do proreza, fazna razlika će se menjati za isti iznos δ , određen putnom razlikom susednih zraka. Rezultujuća kompleksna amplituda se onda može izraziti u obliku sledećeg reda:

$$A e^{i\theta} = a(1 + e^{i\delta} + (e^{i\delta})^2 e^{i\delta} + (e^{2i\delta})^2 e^{i\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta}) = a \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}. \quad 2.4.2$$

Da bi se odredio intenzitet rezultujućeg talasa u posmatranoj tački, potrebno je zadnji izraz pomnožiti njegovom kompleksno-konjugovanom vrednošću, što daje:

$$A^2 = a^2 \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} = a^2 \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos \delta}, \quad 2.4.3$$

ovaj izraz ćemo dalje transformisati na osnovu trigonometrijske veze $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2(\alpha)/2$, tako da dobijamo:

$$A^2 = a^2 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} = a^2 \frac{\sin^2(N\gamma)}{\sin^2(\gamma)}, \quad 2.4.4$$

gde smo uveli ugao $\gamma = \delta/2 = \pi d \sin \theta / \lambda$, kao kod fazne razlike na dva otvora. Prethodni izraz smo izveli sabirajući doprinose proreza ukupnom osvetljenju, kao da su oni zanemarljive širine. Time je opisana interferencija svetlosti na N proreza. Da bi uzeli u obzir i efekte difrakcije na pojedinačnom prorezu, amplitudu a ćemo izraziti preko jednačine 2.1.5, što dovodi do konačnog izraza za intenzitet Fraunhoferove difrakcije na rešetki:

$$I \approx A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2(N\gamma)}{\sin^2(\gamma)}. \quad 2.4.5$$

Treba istaći da ovaj izraz za $N = 2$, prelazi u izraz (1.3.17) za intenzitet difrakcije u slučaju dva proreza, čime se potvrđuje validnost predstavljenog izvođenja.

U prethodnom izrazu, faktor $\sin^2(N\gamma)/\sin^2(\gamma)$ opisuje interferencione efekte na N proreza. Njegova vrednost postaje maksimalna, N^2 za vrednosti $\gamma = 0, \pi, 2\pi, \dots$, što sledi iz:

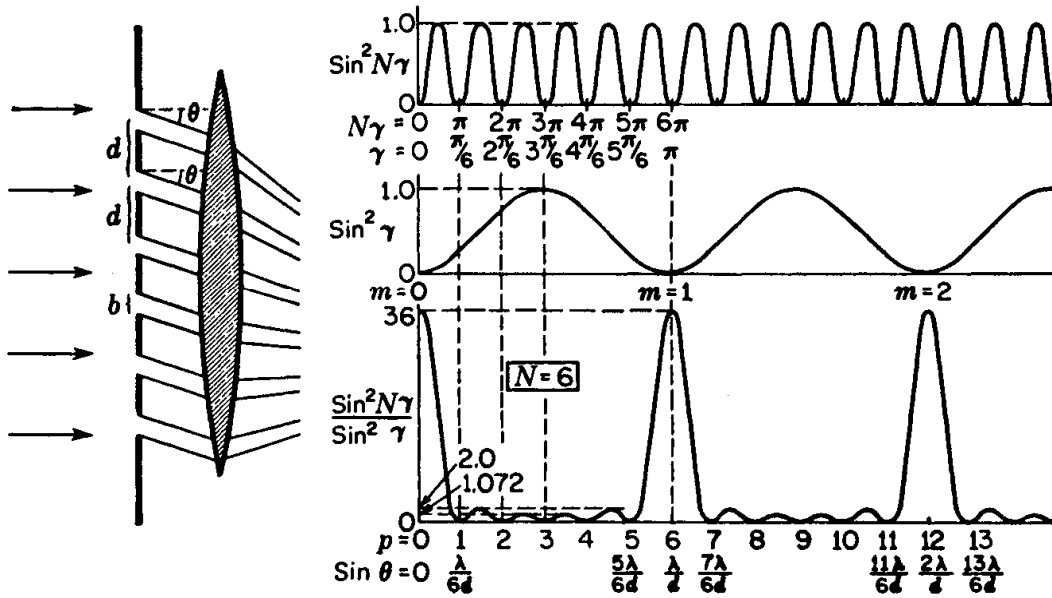
$$\lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} = \lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{N \cos N\gamma}{\cos \gamma} = \pm N. \quad 2.4.6$$

Oдавde sledi da se glavni maksimumi dobijaju za uslov $\gamma = m\pi$, što na osnovu definicije γ daje izraz za uglove pod kojim se vide maksimumi difrakcione rešetke koraka d , za svetlost talasne dužine λ :

$$d \sin \theta = m\lambda. \quad 2.4.7$$

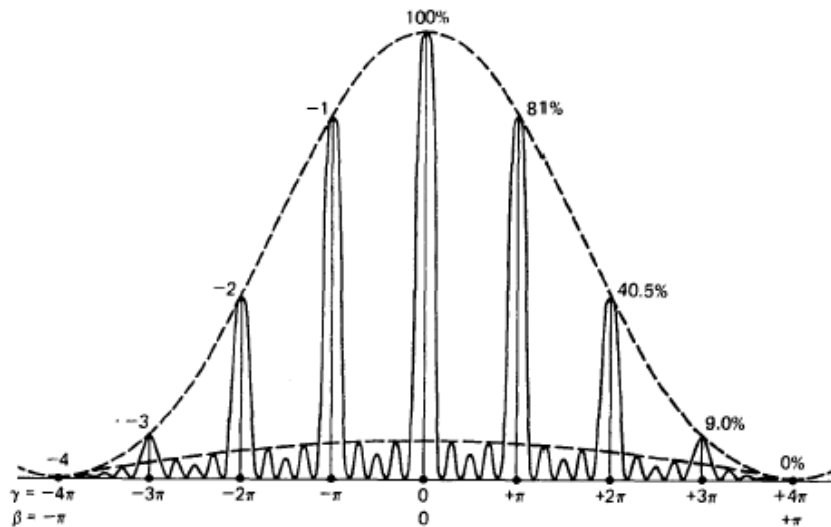
Važno je istaći da i ovde difrakciona envelope, određena faktorom $\sin^2 \beta / \beta^2$, menja ukupni intenzitet u posmatranoj tački. Zaključak da će biti poništeni interferencioni redovi m koji su jednaki celobrojnom umnošku d/b važi i ovde.

Da bi se odredili minimumi funkcije $\sin^2(N\gamma)/\sin^2(\gamma)$, uočimo da brojilac postaje jednak nuli mnogo češće nego imenilac, za vrednosti $N\gamma = 0, \pi, 2\pi, \dots, p\pi$. U posebnom slučaju, kada je $p = 0, N, 2N, \dots$, ugao γ će biti jednak $0, \pi, 2\pi, \dots$, što daje uslov za nastanak glavnih maksimuma. Oдавde sledi da će između dva glavna maksimuma biti $N-1$ minimuma.



Slika 2.10. Fraunhoferova difrakcija na rešetki sa šest proreza. Dobijanje glavnih maksimuma.

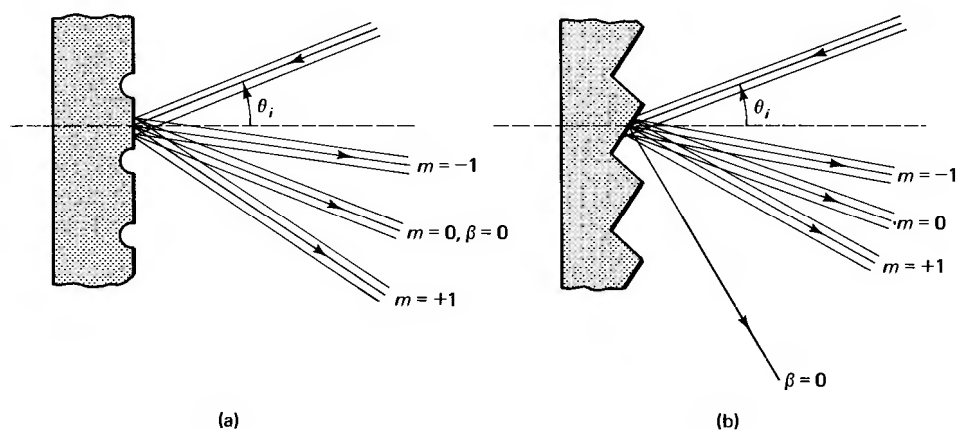
Na slici 2.10 je predstavljena analiza dobijanja glavnih maksimuma i minimuma za rešetku sa šest proreza. Intenzitet glavnih maksimuma je $N^2 = 36$, a pored njih su predstavljeni i sekundarni maksimumi, koji nisu različitog intenziteta i nisu ekvidistantni. Povećanjem broja proreza N , raste i broj sekundarnih maksimuma, koji je jednak $N-2$, ali i opada njihov intenzitet, tako da se ne mogu uočiti u realnom eksperimentu.



Slika 2.11. Ukupna raspodela intenziteta difrakcije na rešetki sa pet proreza, za $d/b = 4$.

Na slici 2.11 je predstavljen intenzitet dobijen na osnovu ukupnog izraza 2.4.5, za rešetku sa $N=5$ proreza, za odnos $d/b=4$. Intenziteti su normirani u odnosu na vrednost $I = 25I_0$ koja predstavlja maksimalni intenzitet. Na slici se vide četiri minimuma ($N-1$) i tri sekundarna maksimuma ($N-2$) koji se nalaze između glavnih interferencionih maksimuma, moduliranih difrakcionom envelopom. Takođe, jasno se vidi da je interferencioni maksimum reda $m=4$, poništen difrakcionim minimumom, što je u skladu sa odnosom $d/b = 4$.

Na osnovu prethodne analize, jasno je da će svetlosna energija talasa koji pada na rešetku biti uglavnom usmerena u pravcu centralnog difrakcionog maksimuma koji obuhvata nekoliko interferencionih maksimuma. Za refleksionu rešetku, prikazanu na slici 2.12a, to znači da će glavni deo reflektovane energije biti u interferencionom pravcu $m=0$, koji se poklapa sa maksimumom difrakcione envelope, određenim uglom $\beta=0$. To je i pravac pod kojim se reflektuju zraci koji na zaklon padaju bez putne razlike.



Slika 2.12. Refleksiona rešetka:(a) nezakošena;(b) zakošena.

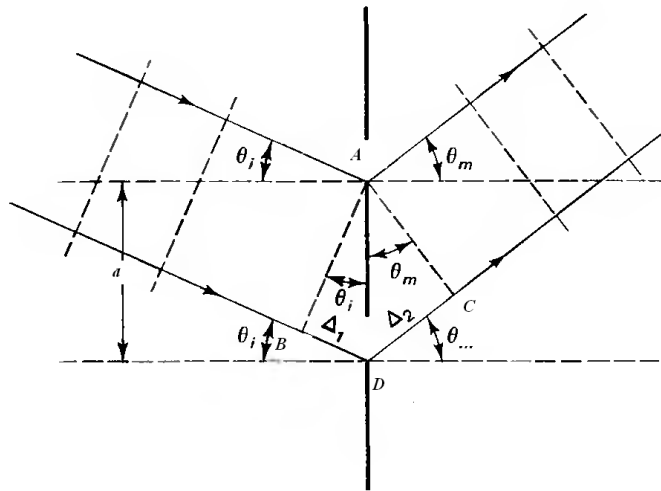
Ako želimo da posmatramo efekte difrakcije na rešetki u višim redovima, koji imaju veću moć razlaganja spektra, prethodni efekat značajno smanjuje njihove intenzitete i oni su tada teško uočljivi. Da bi se pravac bez putne razlike pomerio ka višim interferencionim redovima, pribegava se formiranju proreza pod nekim uglom u odnosu na ravan rešetke, kao na slici 2.12b. Interferencioni maksimumi se i dalje vide u istim pravcima, ali je sada maksimum difrakcione envelope pomeren ka višim redovima m . Samim tim je i veći deo svetlosne energije reflektovan u pravcu željenog reda za datu talasnu dužinu.

Postoje više načina za određivanje ugla θ_b , pod kojim treba naneti zareze na rešetki da bi se pojačao odgovarajući red difrakcije. Najpoznatiji je Litrov (Littrow mount) način, u kome se θ_b računa na osnovu izraza:

$$m\lambda = 2d \sin \theta_b, \text{ odnosno, } \theta_b = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{2d} \right), \quad 2.4.8$$

gde je m željeni red koji treba pojačati, d - korak rešetke a λ - talasna dužina svetlosti. Komercijalne rešetke se uglavnom označavaju prema uglu podešavanja θ_b i prema Litrovoj talasnoj dužini pojačanoj u prvom redu ($m=1$).

Na slici 2.13 su predstavljeni uvećano otvori na rešetki i ravanski talas monohromatske svetlosti koji dolazi na rešetku pod uglom θ_i .



Slika 2.13. Dirakciona rešetka sa upadnim uglom monohromatske svetlosti.

Ovi zraci po prolasku kroz rešetku skreću za ugao θ_m . Uočimo dva susedna paralelna zraka 1 i 2 na slici 2.13. Ovi zraci su do linije AB prešli isti put, kao i od linije AC nadalje prema ekranu. Putna razlika ovih zraka je prema slici 2.13.

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = d \sin \theta_i + d \sin \theta_m \quad . \quad 2.4.9$$

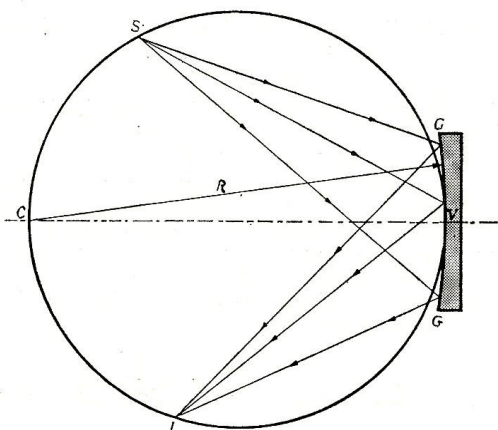
Ovi zraci interferiraju i njihov rezultujući talas će biti maksimalnog intenziteta ako je putna razlika ovih talasa jednaka celobrojnom umnošku talasne dužine svetlosti tj. ako je $\Delta = z\lambda$. Ako se ovaj uslov zameni u izraz (2.5.1.) dobija se

$$d \sin \theta_i + d \sin \theta_m = m\lambda \quad , \quad 2.4.10$$

i na osnovu jednačine (2.4.10) moguće je odrediti ugao skretanja zraka reda m .

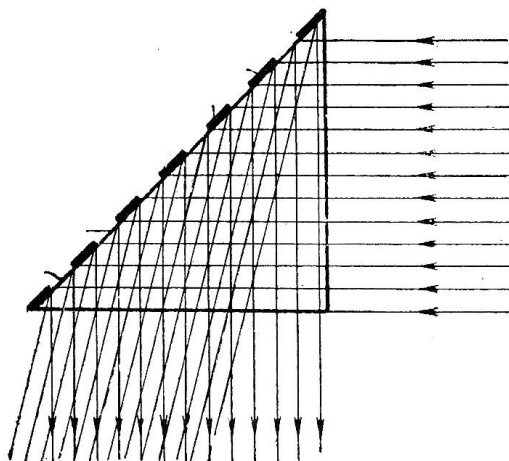
Transmisionne rešetke se prave od providnog materijala i u njih se posebnim postupcima urezuju žlebovi na jednakim rastojanjima. Mesto gde je urezan žleb je neprovidno tj. ne propušta svetlost, pa je prostor između dva žleba praktično tanak otvor. Dalja podela

rešetke po obiku je na ravne, konkavne ili drugog oblika. Optičke rešetke mogu podeliti na linearne, na rešetke u dve ili tri dimenzije. Linijske rešetke predstavljaju jedan linijski niz otvora, malog prečnika ili pukotina, raznog oblika ili strukture. Dvodimenzione rešetke se dobijaju na primer, sistemima kružnih otvora malog prečnika u ravnima ili na površinama, u dve dimenzije. Najkarakterističniji tip rešetke u tri dimenzije predstavljaju kristali sa svojim prostornim rešetkama, geometrijski pravilno raspoređenih atoma, molekula ili jona električnih sistema oscilatora. Međutim pojave difrakcije su uvek prostorne u tri dimenzije.



Slika 2.14. Sferna rešetka u isto vreme je i sferno konkavno ogledalo.

Postoje i tzv. fazne rešetke koje vrše promenu faze u funkciji ugla skretanja. Fazne rešetke mogu znatno uticati na intezivnost svetlosti. I fazne rešetke mogu biti raznog oblika i transmisione i refleksione. Refleksione rešetke se prave urezivanjem tankih linija na refleksionim površinama tj. ogledalima.



Slika 2.15. Fazna refleksiona rešetka.

Difrakcione rešetke se koriste za određivanje talasne dužine monohromatske svetlosti kao i za razlaganje složene svetlosti na osnovne boje. Talasna dužina se određuje iz izraza 2.4.7 tako što se prethodno izmere uglovi skretanja za maksimume različitog reda. Kada bela svetlost, ili neka druga svetlost koja sadrži talase više talasnih dužina, pada normalno na difrakcionu rešetku, na osnovu izraza 2.4.10 svetlost svake boje skreće za poseban ugao θ_m .

Ako na difrakcionu rešetku pada bela svetlost, tada je centralni maksimum takođe bele boje, međutim ostali maksimumi višeg reda se vide u obliku duginih boja. Kako u opsegu vidljive svetlosti ljubičasta svetlost ima najmanju talasnu dužinu, oko 380 nm, a crvena najveću oko 760 nm, to u spektru najmanje skreće ljubičasta, a najviše crvena svetlost. Svakoju boji iz spektra, može da se odredi talasna dužina, ako se prethodno izmere uglovi skretanja za svaku boju. Pri korišćenju difrakcione rešetke za određivanje talasne dužine svetlosti i razlaganje svetlosti definišu se kao karakteristične veličine: disperzija rešetke i moć razlaganja rešetke.

2.5 Disperzija rešetke

Da bi se difrakciona rešetka koristila za razlikovanje bliskih talasnih dužina, linije na zaklonu koje odgovaraju ovim talasnim dužinama treba da budu međusobno na što većem rastojanju, tj. da se vide pod dovoljno velikim uglom. Sposobnost razlaganja linija se zove (uglovna) disperzija rešetke i definiše se kao:

$$\delta = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}, \quad 2.5.1$$

gde je $\Delta\theta$ uglovna razdvojenost dve linije koje se po talasnim dužinama razlikuju za $\Delta\lambda$. Diferenciranjem izraza za difrakcionu rešetku (2.4.7) dobija se da je

$$\cos\theta \cdot d\theta = \frac{md\lambda}{d} \Rightarrow \delta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}. \quad 2.5.2$$

Bolju disperziju dobijamo sa rešetkom malog koraka i kada posmatramo viši red zraka m . Disperzija ne zavisi od broja zareza na rešetki N .

2.6 Moć razlaganja rešetke

Da bi se razlikovale linije bliskih talasnih dužina one, pored dovoljne razlike u uglu pod kojim se vide, moraju biti i uske da bi se što bolje razlikovale. Zato se definiše i moć razlaganja difrakcione rešetke, R kao:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad 2.6.1$$

gde je $\Delta\lambda$ najmanja razlika talasnih dužina koja može da se uoči u okolini talasne dužine λ . Pokazuje se da je:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN. \quad 2.6.2$$

Da bi se postigla što veća moć razlaganja rešetke, potrebno je da rešetka ima što više proreza (to jest veću dužinu) i da se za razlaganje linija koristi što veći red difrakcije.

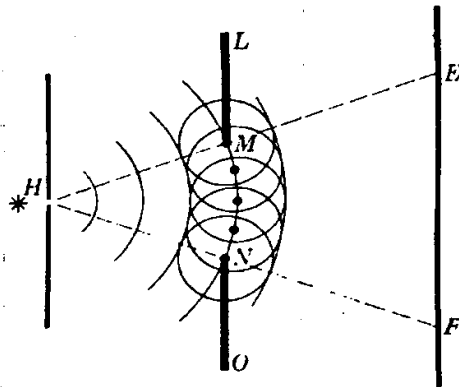
2.7 Frenelova difrakcija

Do sada smo se bavili Fraunhoferovom difrakcijom i situacijama kada se talas može smatrati ravnim. Međutim, u nekim slučajevima, krivina talasanog fronta mora se uzeti u obzir tj. koristimo sferene talase umesto ravnog talasnog fronta.

Difrakcioni efekti dobijeni od izvora konačne udaljenosti kao i konačnog položaja posmatrača klasifikujemo pod Frenelovom difrakcijom. Dobijeni efekti su jednostavni za posmatranje, jedini aparat je difrakciona prepreka i ekran za posmatranje. Kod Fraunhoferove difrakcije uočili smo sočiva kao obavezna da bi obezbedili paralelu svetlosnih snopova, kao i da isti fokusiramo na ekran. Sada imamo, u opštem slučaju, divergentni snop svetlosti neizmenjen sočivima. Pošto je Frenelova difrakcija daleko lakša za posmatranje, to je ona istorijski bila prvi tip u istraživanju, iako njeno istraživanje zahteva mnogo težu matematičku teoriju od tretiranja ravnih talasa Fraunhoferove difrakcije. Ovde ćemo razmotriti neke jednostavnije slučajeve Frenelove difrakcije pristupačne matematičkim i grafičkim metodama.

2.7.1 Senke

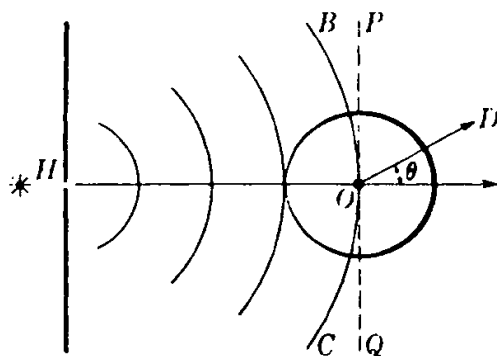
Jedna od najvećih poteškoća u ranom razvoju talasne teorije svetlosti leži u korišćenju pretpostavke da se svetlost prostire pravolinijski. Ako smo postavili neproziran objekat na put svetlosti od izvora do ekrana, očekujemo da dobijamo senku koja ima prilično oštar prikaz istog oblika kao i objekat.



Slika 2.16. Hajgensov princip primenjen na promeňljive sekundarne uske otvore.

Istina je, međutim, da ivica ove senke nije apsolutno oštra i da ispitivanja pokazuju blizak sistem tamnih i svetlih zona u neposrednoj blizini ivica. U danima korišćenja korpuskularne teorije svetlosti, bilo je pokušaja od strane Grimaldija i Njutna da odgovore za takve male efekte predstave kao posledicu skretanja od prave linije lakih čestica (korpuskula) u zonama blizu ivice prepreke. Tačnu teoriju dugujemo briljantnom radu Frenela. On je 1815. godine pokazao da pored pravolinijskog prostiranja svetlosti, svetlost ima talasnu prirodu, te da se pojava difrakcije svetlosti u mnogim slučajevima mora uzeti u obzir. Da bi se teškoće kod pojave senke objasnile talasnom slikom, hajde da prvo razmotrimo prolaz divergentne svetlosti kroz otvor na ekranu. Na slici 2.16 svetlost potiče od malog tačkastog izvora. Izvestan deo te svetlosti prolazi kroz otvor MN u obliku divergentnog talasnog fronta. Prema Hajgensovom principu, možemo smatrati svaku tačku na prednjoj strani talasnog fronta izvorom sekundarnih talasa. Ovim principom možemo naći novi položaj talasnog fronta povlačenjem obvojnice elementarnih talasa oko svake tačke položaja fronta. Obvojnica sekundarnog talasa je dakle divergentni talas sa svojim centrom u H i obuhvata oblast između

linija HE i HF . Kako se ovaj talas kreće doviše do jakog osvetljenje u regionu EF na ekranu. Ali takođe deo svakog talasa će oputovati u prostor iza LM i NO , a samim tim bi se moglo očekivati da proizvede neku svetlost u regionu geometrijske senke van EF . Kako se to ne dešava, prema Frenelu, objašnjava se činjenicom da u regionima geometrijske senke, stižu sekundarni talasi u različitim fazama, pa destruktivno deluju i proizvode praktično potpuni mrak. Sekundarni talasi ne mogu imati jednake amplitude u svim pravcima, što bi dovelo do toga da oni proizvode podjednako jak rezultujući talas i u smeru unazad. Na slici 2.16 omot na levoj strani ekrana bi predstavljao obrnuti talas, konvergentan ka H . Očigledno takav talas ne postoji fizički, a samim tim se mora pretpostaviti da su amplitude na zadnjem delu sekundarnog talasa jednake nuli.



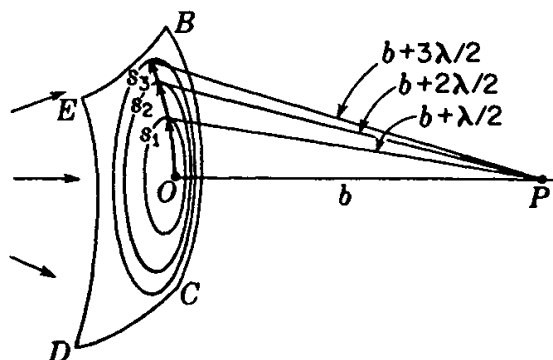
Slika 2.17. Faktor zakrivljenosti za Hajgensove sekundarne talase.

Tačnije, formulacija Hajgensovog principa opravdava ovu pretpostavku i daje količinsku varijaciju amplitude sa pravcem. Takozvani faktor zakrivljenosti, kao što je prikazano na slici 2.17, uvodi različite amplitude sekundarnog talasa u funkciji člana $1 + \cos \theta$, gde je θ ugao u odnosu na smer prostiranja talasa. U pravcu P i Q na slici 2.17, amplituda pada na jednu polovinu a intenzitet na jednu četvrtinu svoje maksimalne vrednosti. Druga osobina koju moraju imati sekundarni talasi, da bi imali tačne rezultate, je napredak faze za jednu četvrtinu talasa koji ih proizvodi. Posledice ova dva svojstva biće objašnjene kasnije.

2.7.2 Metod Frenelovih zona

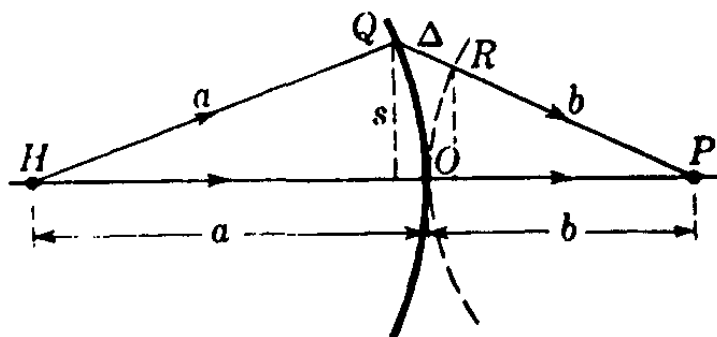
Razmotrimo slučaj prolaska svetlosti kroz kružni otvor, kao primer Frenelovog pristupa tumačenja difrakciji. Posmatrajmo efekat blago divergentnih sfernih talasa u uočenoj

tački ispred talasa. Neka $BCDE$ predstavlja sferni talasni front monohromatske svetlosti koja putuje na desno, slika 2.18. Svaka tačka na ovoj sferi sa malom poršinom Δs može se posmatrati kao izvor sekundarnih talasa. Želimo da pronađemo rezultujući efekat amplituda i faza koji potiču od svih elemenata površine u tački P . Sumiranje elemetarnih oscilacija je zadatak integralnog racuna i može biti složeno. U najprostijem slučaju, integraljenje može biti zamenjeno algebarskim ili grafičkim sabiranjem. Da bi smo to učinili, podelimo površinu talasnog fronta na prstenaste (Frenelove) zone.



Slika 2.18. Konstrukcija Frenelovih zona u tački P .

Oko tačke O opisujemo niz krugova čije su udaljenosti od O , merene duž luka, $s_1, s_2, s_3, \dots, s_m$ i to tako da je rastojanja od krajeva susednih zona do tačke P razlikuju za polovinu talasne dužine. Ako je rastojanje $OP=b$, krugovi će biti na udaljenosti $b + \lambda/2, b + 2\lambda/2, b + 3\lambda/2, \dots, b + m\lambda/2$ od P . Pod ovim uslovima, oscilacije pristigle iz susednih zona u tačku P , imaju razliku u putu $\lambda/2$, tj. stići će u tačku P u suprotnim fazama.



Slika 2.19. Određivanje putne razlike Frenelovih zona.

Površine zona S_m , tj. prstenova između uzastopnih krugova su praktično jednake. U dokazivanju ove tvrdnje, posmatrajmo sliku 2.19 sa delom talasa koji se širi iz H , prikazanog poluprečnika a . Ako sada nacrtamo krug poluprečnika b (isprekidana linija) sa centrom u P kao tangente talasa ispred pola O , putanja HQP je duža od putanje HOP za segment Δ . Za granice između zona, ova putna razlika mora biti celobrojni umnožak $\lambda/2$. Da bi smo ga procenili, uzmimo u obzir da u svim optičkim problemima, udaljenost s se smatra malom u odnosu na a i b . Onda s možemo smatrati vertikalnom udaljenošću tačke Q od ose i Δ se može izjednačiti sa zbirom dva rastojanja OQ i OR . Koristeći jednačinu za određivanje visine kružnog odsečka dobijamo formulu za putnu razliku:

$$\Delta = \frac{s^2}{2a} + \frac{s^2}{2b} = s^2 \frac{a+b}{2ab}. \quad 2.7.1$$

Radijusi s_m Frenelovih zona su takvi da imamo za m -tu zonu:

$$m \frac{\lambda}{2} = s_m^2 \frac{a+b}{2ab},$$

na osnovu koje površina bilo koje pojedinačne zone postaje:

$$S_m = \pi(s_m^2 - s_{m-1}^2) = \pi \frac{\lambda}{2} \frac{2ab}{a+b} = \frac{a}{a+b} \pi b \lambda. \quad 2.7.2$$

Za približno razmatranje, ova površina je konstantna i nezavisna od m . Tačnije izračunavanje pokazuje da se površina veoma sporo povećava sa vrednošću m .

Po Hajgensonovom principu, posmatramo svaku tačku na talasu kao izvor sekundarnih talasa sa istom fazom. Oni će stići u tačku P sa različitim fazama, jer svaki od njih prelazi različita rastojanja. Faza talasa iz date zone neće se razlikovati više od π , pošto je svaka zona u proseku udaljenija za $\lambda/2$ od tačke P . Ali, za dve susedne zone, koje su za $\lambda/2$ dalje od P , fazna razlika je π pa se i zovu *zone polu-perioda*. Ako sa A_m označimo rezultujuću amplitudu koju u tački P izazivaju svetlosne oscilacije zone m , vodeći pri tome računa da se uzastopne amplitude A_m razlikuju po znaku, zbog fazene razlike π , zbir amplituda svih pojedinačnih zona može se napisati kao niz:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots (-1)^{m-1} A_m. \quad 2.7.3$$

Postoje tri činioaca koji doprinose veličini članova u ovom zbiru: (1) površina svake zone uzeta je konstantnom, uz napomenu da ih treba postupno povećavati sa m , što bi povećalo amplitudu; (2) pošto amplituda A_m obrnuto opada sa povećanjem rastojanja od P ,

veličina članova se smanjuje za iznos koji raste sa m ; (3) povećanjem zakrivljenosti, doprinos amplituda slabi ka periferiji. Dakle, za amplitudu uslovljenu m -tom zonom imamo:

$$A_m = \text{const} \frac{S_m}{d_m} (1 + \cos \theta), \quad 2.7.4$$

gde je d_m prosečna udaljenost do P i θ ugao pod kojim svetlost napušta zonu. Tačan proračun S_m pokazuje da faktor b u jednačini 2.7.2 mora biti zamenjen sa $b + \Delta$, gde Δ predstavlja putnu razliku između zona. Pošto je u isto vreme $d_m = b + \Delta$, odnos S_m/d_m je konstanta nezavisna od m . Zbog toga ostaje samo faktor zakrivljenosti $1 + \cos \theta$, što dovodi do sukcesivnog smanjivanja članova u jednačini 2.7.3. Smanjivanja amplituda su brze u početku, zbog brzih promena θ sa m , ali one ubrzo postaju jednake.

Poznavanjem promena vrednosti pojedinih članova, možemo proceniti zbir reda 2.7.3, grupišući članove u izrazu na sledeća dva načina. Ako neparne članove podelimo na po dve komponente, npr. $A_1 = A_1/2 + A_1/2$, $A_3 = A_3/2 + A_3/2 \dots$ i po istom principu za parne $A_2 = A_2/2 + A_2/2$, $A_4 = A_4/2 + A_4/2$, ... možemo amplitudu da predstavimo na dva načina i to:

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + \frac{A_m}{2} \\ &= A_1 - \frac{A_2}{2} - \left(\frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2} \right) - \left(\frac{A_4}{2} - A_5 + \frac{A_6}{2} \right) - \dots - \frac{A_{m-1}}{2} + A_m. \end{aligned} \quad 2.7.5$$

Sada, pošto se amplitude A_1, A_2, \dots ne smanjuju ravnomerno, svaki član je manji nego aritmetička sredina prethodnog i narednog člana, članovi u zagradama su svi pozitivni, i sledeća nejednakost važi:

$$\frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} < A < A_1 - \frac{A_2}{2} - \frac{A_{m-1}}{2} + A_m.$$

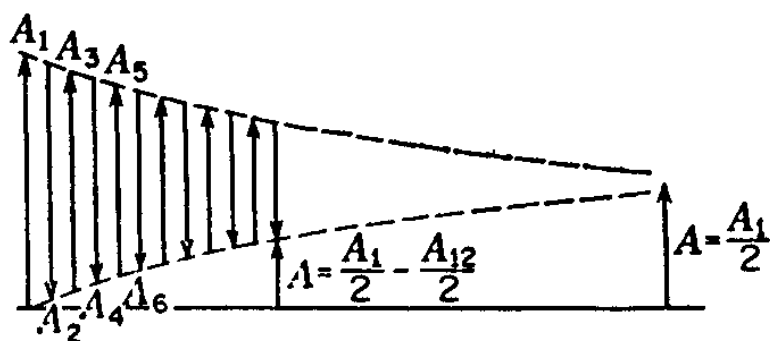
Pošto su amplitude za bilo koje dve susedne zone skoro jednake, moguće je izjednačavanje A_1 sa A_2 i A_{m-1} sa A_m . Rezultat je za neparan broj zona:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}. \quad 2.7.6$$

Ako je m uzeto kao parno, tada po istom principu imamo:

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}. \quad 2.7.7$$

Odavde sledi zaključak da je rezultujuća amplituda u P , uzrokovana od m zona, ili polovina sume ili polovina razlike amplituda od prve i poslednje zone. Ako dozvolimo da m postane dovoljno veliko, ceo sferni talas će biti podeljen na zone, θ će se približiti 180° za poslednju zonu. Dakle, zbog faktora zakrivljenosti amplituda A_m postane zanemarljiv, pa amplituda usled celog talasa je samo polovina amplitude usled dejstva prve zone.

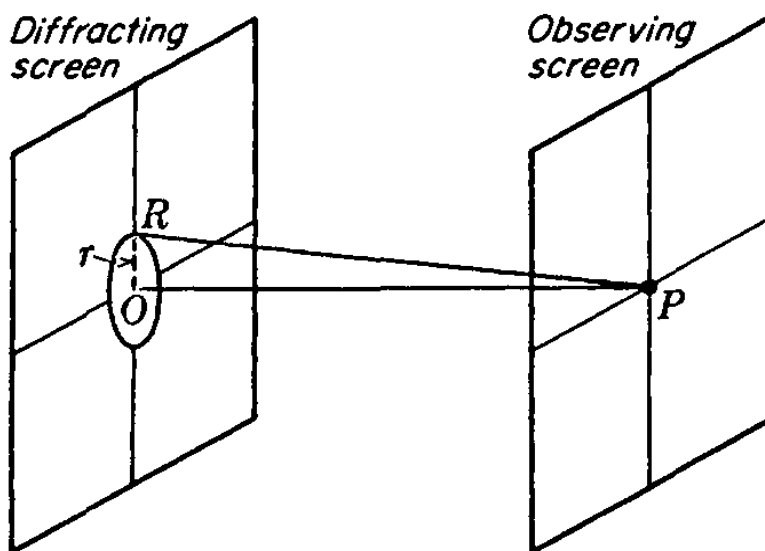


Slika 2.20. Sabiranje amplituda različitih zona polu-perioda.

Slika 2.20 pokazuje kako se ovi rezultati mogu razumeti. Zahvaljujući dodavanju amplitude A_1, A_2, A_3, \dots koji su naizmenično pozitivni i negativni, rep svakog vektora se stavlja na istoj visini kao vrh prethodnog. Onda, rezultujuća amplituda kao posledica bilo koje zone, će biti visina konačne strelice iznad horizontalne bazne linije, što je na slici prikazano na dvanaestoj zoni, a takođe i za veliki broj zona.

2.7.3 Frenelova difrakcija na kružnim otvorima

Razmotrimo promenu intenziteta u tački P na ekranu osvetljenom kroz mali kružni otvor predstavljen na slici 2.21. Neka je radijus otvora $r=OR$ izjednačen sa rastojanjem s_1 do spoljne ivice prve zone polu-perioda, površine S_1 . U tački P , amplituda će biti jednaka A_1 , što je dvostruka vrednost amplitude kad nema zaklona, na osnovu analize u prethodnom paragrafu. To znači da je sada intenzitet svetlosti u tački P jednak četverostrukoj vrednosti intenziteta za slučaj kad zaklon nije prisutan. Kada se poluprečnik otvora poveća da obuhvati prve dve zone, rezultujuća amplituda $A_1 - A_2$ je mala, skoro jednaka nuli (vidi sliku 2.20 za dva vektora). Intenzitet je zapravo pao na nulu, kao rezultat povećanja veličine otvora.



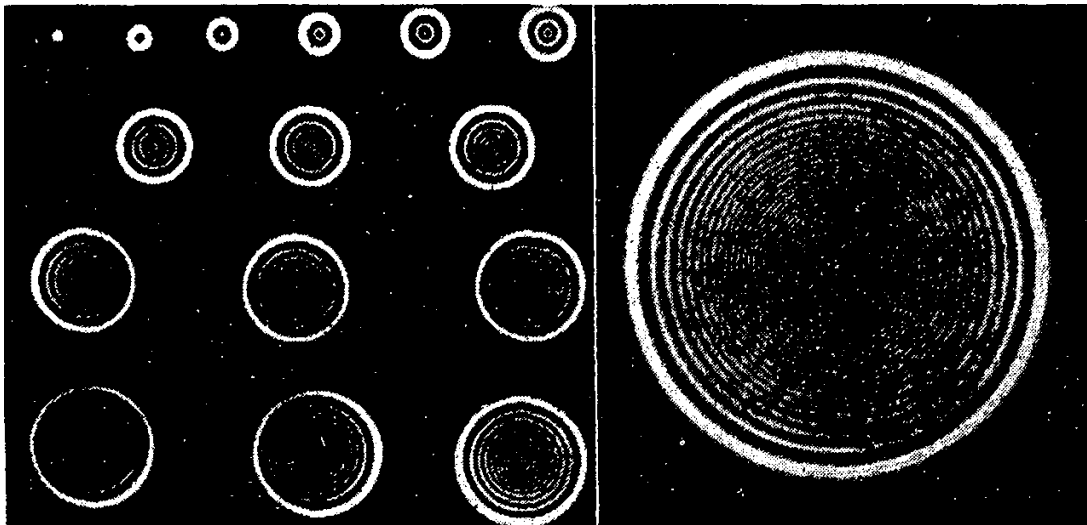
Slika 2.21. Geometrija za prolaz svetlosti kroz kružni otvor.

Dalje povećanje veličine otvora će prouzrokovati da intenzitet prolazi kroz minimume i maksimume, u zavisnosti da li je obuhvaćen paran, odnosno neparan broj zona.

Isti efekat se dobija pomeranjem tačke P ka ili od otvora, duž ose otvora. Ovo variranje veličine zone ogleda se u putnoj razlici $PR-PO$ na slici 2.21. koja odgovara veličini $\lambda/2$ (jedna zona), krećući se ka ekranu ova putna razlika će se povećati na $2\lambda/2$ (dve zone), $3\lambda/2$ tri zone itd. Na taj način imamo maksimume i minimume duž ose otvora.

Navedena razmatranja ne daju nikakve informacije o vrednostima intenziteta na mestima van ose. Matematička istraživanja u tom slučaju nećemo diskutovati zbog kompleksnosti, ali ona pokazuju da u P imamo sistem kružnih difrakcionih pruga.

Nekoliko fotografija tih pruga je prikazano na slici 2.22. One su dobijene postavljanjem fotografskog filma na određena rastojanja iza kružnih otvora različitih veličina, osvetljenih monohromatskom svetlošću iz udaljenog tačkastog izvora. Počevši od levog gornjeg ugla fotografije, otvori su bili takve veličine kao da su izloženi jednoj, dvema, trima i dejstvu više zona. Promene osvetljenosti u sredini uzorka su od svetle do tamne, i veoma dobro ilustruju predstavljen model. Velika slika na desnoj strani je proizvedena otvorom koji sadrži 71 zonu.



Slika 2.22. Difrakcija svetlosti na promenljivim kružnim otvorima (dijafragma).

2.7.4 Difrakcija na kružnoj prepreci

Kada se otvor zameni kružnim diskom, Frenelova metoda dovodi do iznenađujućeg zaključka da svetla tačka treba da bude u centru senke, okružena sa naizmenično tamnim i svetlim krugovima. Za objašnjenje ove pojave, pogodno je uzeti za formiranje prve zone ivicu diska, smatrajući pri tome da površina talasnog fronta prekrivena zakolonom daje amplitudu jednaku nuli. Ako je na slici 2.21, $PR=d$ početno rastojanje od tačke P , putna razlika prve zone biće $d + \lambda/2$, za drugu zonu rastojanje je $d + 2\lambda/2$, itd. Zbir reda koji predstavlja doprinose amplituda iz svih zona u ovom slučaju je, kao i ranije, polovina amplitude iz prve izložene zone. Na slici 2.20 se dobija rezultujuća amplituda prostim izostavljanjem prvih nekoliko vektora. Otuda je u P intenzitet jednak onom koji proizvodi nezaklonjeni talas, bez nekoliko centralnih zona, čija veličina odgovara veličini diska.

Ovo razmatranje važi za tačke na osi, mada i van nje intenzitet pokazuje koncentrične svetle i tamne krugove. U eksperimentima posebnu pažnju treba obratiti na uglačanost ivica zaslona ili otvora koje treba da budu bez neravnina i klinastih izbočina, kao ne bi došlo do nepravilnosti i deformacije difrakcionih slika. U uvodu je data slika na kojoj je predstavljen jedan takav efekat, poznat kao Poasonova tačka.