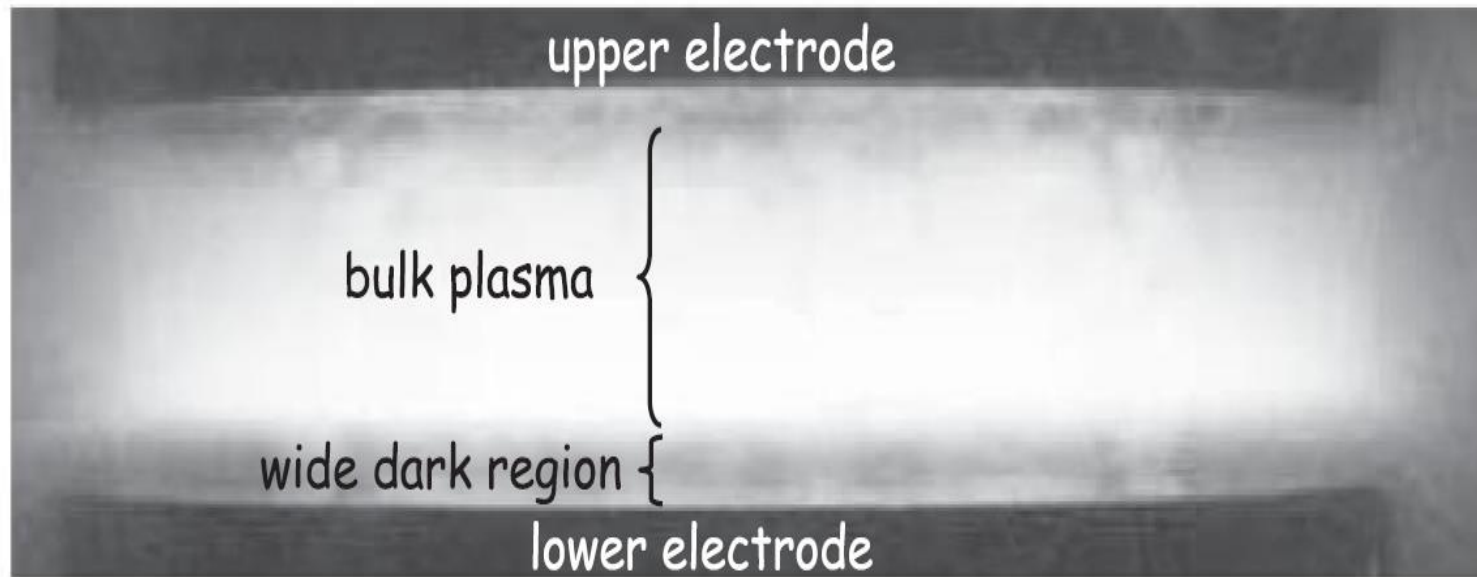


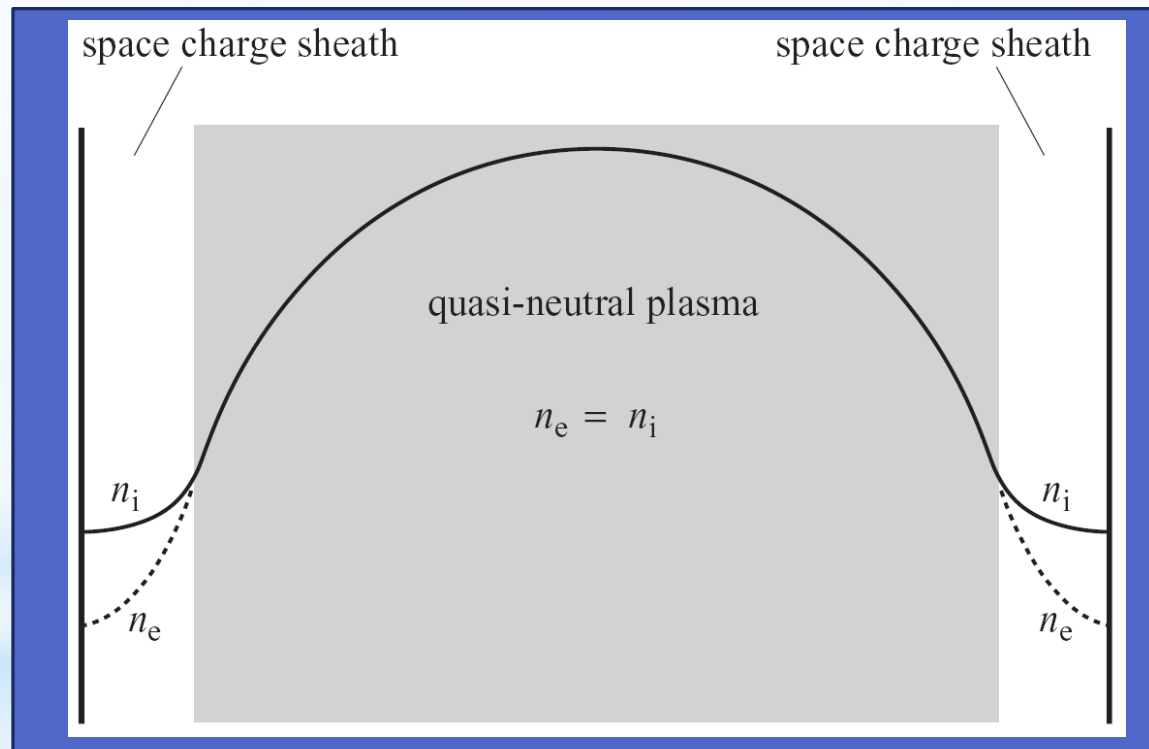
Plazma unutar granica - Ograničena plazma



- Na slici je prikazano pražnjenje generisano između dve paralelne electrode, izvorom snage od 13.56 MHz. Svetlost je emitovana iz centralne oblasti, sa potvrdom unutrašnje strukture, naročito dalje od glavne ose.
- Primetna je smanjena emisija iz graničnih oblasti ispred gornje i donje elektrode. Pošto emisija nastaje usled relaksacije ekscitovanih stanja, nastalih u neelastičnim sudarima elektrona sa neutralima, **slabljenje emisije je jasan znak značajno smanjene koncentracije elektrona u tim oblastima.**

Razmatranja u ovom poglavlju su usmerena na dva očigledno različita regiona:

- (i) granične oblasti na zidovima, koje su granične oblasti (**sheaths**) prostornog naelektrisanja i,
- (ii) region plazme, gde je ukupno prostorno naelektrisanje skoro nula, to jest kvazi-neutralna plazma.



Šematski prikaz ograničene plazme. Kvazi-neutralna plazma je odvojena od zidova sheath-om prostornog naelektrisanja.

- Za DC pražnjenje, struktura sheath-a se ne menja sa vremenom, dok se za pobudu u RF oblasti, **sheath proširuje i skuplja** tokom jednog RF ciklusa.
- Osnovna svojstva DC sheaths, sa određenim modifikacijama, važe i u slučaju RF sheaths. Jedna od glavnih razlika leži u činjenici da, pod određenim uslovima, **RF sheath značajno doprinosi prenosu snage** od izvora ka elektronima u plazmi.

Dve fundamentalne jednačine za razmatranje transporta čestica su jednačina kontinuiteta:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = S - L; \quad (3a)$$

i jednačina prenosa količine kretanja (zakon održanja impulsa):

$$nm \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = nq\mathbf{E} - \nabla p - m\mathbf{u} [nv_m + S - L], \quad (3b)$$

Kada se proučava oblast sheath-a, fluidne jednačine se kupuju sa Gausovim zakonom (električno polje) ili sa Poasonovom jednačinom za elktrostatički potencijal ϕ .

Oblast prostornog naelektrisanja (**sheath**)

Šta se dešava kada izolovani predmet ubacimo u plazmu? Do njega će dolaziti i elektroni i joni, sa gustinama struje:

$$J_e = -e\Gamma_e = -\frac{1}{4}en_e\bar{v}_e = -en_e\sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m}}, \quad (3.1)$$

$$J_i = e\Gamma_i = \frac{1}{4}en_i\bar{v}_i = en_i\sqrt{\frac{kT_i}{2\pi M}}. \quad (3.2)$$

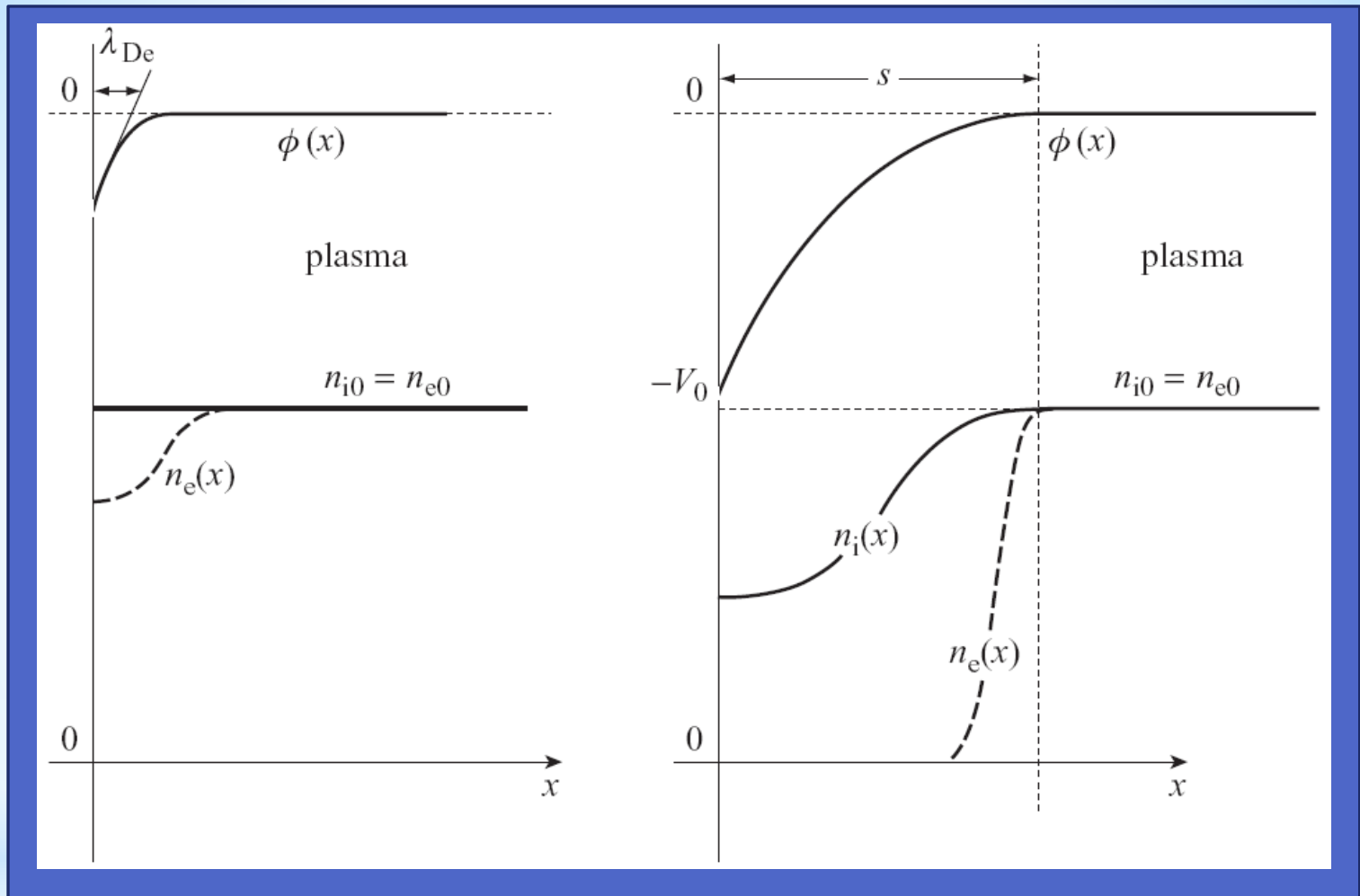
Pošto je $m \ll M$ i, kako je već pomenuto $T_e \gg T_i$, sledi da je $J_e \gg J_i$, i predmet će brzo nakupiti negativno naelektrisanje, i negativan potencijal. Tada će početi da odbija elektrone, smanjujući fluks elektrona, dok će pozitivni joni biti ubrzavani ka predmetu.

Stacionarno stanje će biti dostignuto kada potencijal predmeta bude dovoljno negativan da fluks elektrona bude izjednačen sa fluksom pozitivnih jona. Takav potencijal se naziva **DC plutajući potencijal** (*floating potential*)

- Posmatrajmo sada beskonačnu ravan u y i z -pravcu (zid reaktora), u kontaktu sa elktropozitivnom plazmom, za koju važi $n_{i0} = n_{e0}$.
Ravan ima negativno površinsko naelektrisanje i negativni potencijal, odbija elektroni i njihova koncentracija će biti smanjena.

- Joni će biti privučeni negativno-naelektrisanom ravni. Sila električnog polja teži da ih ubrza i raste brzina jonskog fluida kako se oni približavaju ravni.
- Na osnovu stacionarne jednačine kontinuiteta za jone bez lokalne jonizacije, održanje fluksa zahteva da koncentracija opada kada brzina raste.

- Elektroni, za razliku od jona, su veoma pokretljivi zbog male mase, i električno polje će ih odbijati (električno polje je usmereno ka ravni), tako da će doći do razdvajanja koncentracija kao što je prikazano na slici 3.3 (levo).



Slika 3.3 Mala perturbacija potencijala na ivici plazme (levo) i veliki pad potencijala na osnovui Child–Langmuir-ovog modela (desno).

Uz pretpostavku da su sudari nebitni, inercijalni član u stacionarnoj jednačini održanja količine kretanja (jed. 3a), je daleko manji u odnosu na član sa električnim poljem i gradijentom pritiska. Električno polje je povezano sa gradijentom potencijala: u jednoj dimenziji $E = -d\phi/dx$.

U slučaju ravnoteže, kada je član sa gradijentom pritiska elektrona izjednačen sa članom sile električnog polja:

$$kT_e \frac{dn_e}{dx} = -n_e e E = n_e e \frac{d\phi}{dx}$$

Integracijom ove relacije, dobijamo važnu vezu, Bolcmanovu raspodelu za elektrone u polju sa potencijalnom ϕ :

$$n_e(x) = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi(x)}{kT_e}\right) \quad 3.3$$

- Uz aproksimaciju male perturbacije potencijala ($|e\phi| \ll kT_e$), prostorno naelektrisanje ispred posmatrane ravni je:

$$e(n_i - n_e) = en_{e0} \left[1 - \exp\left(\frac{e\phi}{kT_e}\right) \right] \simeq -\frac{e^2 n_{e0} \phi(x)}{kT_e}, \quad (3.4)$$

u čijem izvođenju je uvedena kvazi-neutralnost na ivici plazme ($n_{i0} = n_{e0}$) i eksponencijalni član je linearizovan.

- Potencijal ϕ je određen Poasonovom jednačinom, koja je kombinacija Gausovog zakona i jednakosti električnog polja i negativnog gradijenta potencijala, tako da u 1D imamo:

$$\frac{(n_i - n_e)e}{\epsilon_0} = \frac{dE}{dx} = -\frac{d^2\phi}{dx^2}. \quad (3.5)$$

Odakle vidimo da je prostorno naelektrisanje povezano sa potencijalom.

Kombinovanjem 3.4 i 3.5 dobijamo vezu:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{e^2 n_{e0} \phi}{\epsilon_0 k T_e}.$$

- Odgovarajuće rešenje ove linearne jednačine treba da ispunjava uslov da je $\phi = 0$ kada $x \rightarrow \infty$, tako da je:

$$\phi(x) = \phi_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_{De}}\right) \quad (3.6)$$

gde je:

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{e^2 n_{e0}}}, \quad (3.7)$$

karakteristična dužina oblasti prostornog naelektrisanja, poznata kao Debajeva dužina. Mala negativna perturbacija potencijala, kojoj je izložena posmatrana ravan, relaksira eksponencijalno unutar tipičnog rastojanja λ_{De} .

The ion matrix model

- U prethodnoj analizi smo prepostavili da je $|e\phi| \ll kTe$ i da koncentracija jona ostaje nepromenjena u odnosu na koncentraciju u plazmi.
- U ovom modelu ograničenje na potencijal je sada isključeno, ali će **konstantna koncentracija jona** biti zadržana, tako da kroz sheath joni obezbeđuju uniformno prostorno naelektrisanje, kao da nema ubrzanja jonskog fluida. To je pogodna aproksimacija koja dovodi do jednostavne analize
- Činjenica je da stacionarna matrica jona može nastati kratkotrajno ako su elektroni nekako izbačeni brзом primenom negativnog potencijala na zid na slici 3.3 ili ako su sudari toliko česti da joni ne budu ubrzani u sheath-u.
- Prvo razmotrimo šta će se desiti sa prostornim naelektrisanjem elektrona kada lokalni potencijal postane veliki i negativan: $e\phi \ll -kTe$. Elektroni će biti snažno odbijeni. **Njihova koncentracija se može zanemariti.**

Potencijal u sheath-u mora tada zadovoljavati Poasonovu jednačinu sa konstantnom koncentracijom jona i nultom koncentracijom elektrona:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{en_{i0}}{\epsilon_0}.$$

- Ovu jednačinu je lako integraliti dvostruko, od zida gde je $x = 0$ kroz jonsko prostorno naelektrisanje do granice sa plazmom:

$$\phi(x) = -\frac{en_{i0}}{\epsilon_0} \left(\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2 \right).$$

- Dva granična uslova su potrebna za određivanje konstanti C_1 i C_2 . Pošto je plazma provodnik, realno je da se, sa tačke gledišta sheath-a, staviti da je električno polje, $-d\phi/dx$, jednako nuli na granici sa plazmom, pri $x = s$: to zahteva da je $C_1 = -s$.
- Drugi uslov je jednostavno da je potencijal u $x = s$ jednak nuli; to jest, granica plazme je uzeta kao referenca za potencijal. To zahteva da je $C_2 = s^2/2$, posle čega je:

$$\phi(x) = -\frac{e n_{i0}}{2\epsilon_0} (x - s)^2. \quad (3.9)$$

- Ovaj ‘ion matrix model’ bez elektrona, je najjednostavniji model sheath-a prostornog naelektrisanja. Dve glavne mane su mu – **elektroni su isključeni iz modela i joni ne protiču kroz sheath, ubrzani poljem sheath-a.**

- Ipak, on daje inicijalnu vrednost procene veličine prostornog naelektrisanja sheaths-a. Ako je potencijal zida $\phi(0) = -V_0$ u odnosu na plazmu, onda je

$$V_0 = \frac{e n_{i0}}{2\epsilon_0} s^2; \quad (3.10)$$

- primetimo da je V_0 veličina potencijala duž sheath-a i da je potencijal definisan tako da je u sheath-u $\phi < 0$.
- Pošto će ukupno prostorno naelektrisanje biti niže sa ubrzanim protokom jona i elektronima, ovaj model **podcenjuje debljinu** sheath-a za dati potencijal sheath-a.

Child-Langmuir-ov zakon

- U ovoj modelu će protok jona biti uključen za opisivanje sheath-a, ali će prostorno naelektrisanje elektrona ponovo biti zanemareno, na osnovu pretpostavki da će model biti ograničen na oblast velikog negativnog potencijala: $e\phi \ll -kTe$.
- Da bi se dobila promena koncentracije jona u f-ji promene potencijala, istovremeno moraju biti razmatrane i jednačina kontinuiteta i jednačina prenosa količine kretanja, (3a) i (3b).
- Zbog pojednostavljenja, za jonski fluid se pretpostavlja da je hladan, $T_i \rightarrow 0$ i u bilo kojoj tački prostora svi joni se kreću brzinom $u(x)$ (the so-called mono-energetic ion assumption). Pretpostavlja se da su joni jednostruko naelektrisani.

Slučaj niskog pritiska (slučaj bez sudara)

- Sila trenja zanemarljiva ($Muv_m \ll eE$). U stacionarnom stanju, sila električnog polja koja deluje na hladan jonski fluid je uravnotežena sa preostalim inercijalnim članom. U jednoj dimenziji:

$$n_i M u \frac{du}{dx} = n_i e E.$$

Kombinovanjem prethodne jednačine sa $E = -d\phi/dx$, dobijamo:

$$M u \frac{du}{dx} = -e \frac{d\phi}{dx},$$

čija integracija daje:

$$\left(\frac{1}{2} M u^2 + e\phi \right) = \text{constant.}$$

tako da je ukupna energija jona (kinetička + potencijalna) održana.

Ako su joni u miru kada je potencijal jednak nuli, sledi da :

$$\frac{1}{2}Mu(x)^2 + e\phi(x) = 0, \quad (3.11)$$

i da je $e\phi \leq 0$. Na ovu jednačinu treba dodati stacionarnu jednačinu kontinuiteta za jone, ali pošto se jonizacija u oblasti sheath-a može zanemariti, a rekombinacija je uglavnom površinski proces, jednačina kontinuiteta zahteva da jonski fluks nema divergenciju i zbog toga ostaje konstantan. Izraženo preko gustine jonske struje,

$$J_i = en_i(x)u(x). \quad (3.12)$$

Istaknimo da, iako je znatno konzistentniji nego ion matrix model, postoji logička neusklađenost u ovom modelu, pošto (3.11) daje jonsku brzinu na ulazu u sheath ($\phi = 0$) jednaku nuli, a (3.12) ima proizvod **brzina·koncentracija** različit od nule u ostatku prostora, koji zahteva beskonačnu koncentraciju na granici plazme. To su suprotstavljene zahteve!!!

Kombinovanje (3.11) i (3.12) omogućava da povežemo koncentraciju jona i potencijal:

$$n_i(x) = \frac{J_i}{e} \left(-\frac{2e\phi(x)}{M} \right)^{-1/2}. \quad (3.13)$$

Uvođenje ove koncentracije u Poasonovu jed. (3.5), (sa $n_e = 0$) vodi do sledeće diferencijalne jednačine za potencijal:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = -\frac{J_i}{\varepsilon_0} \left(-\frac{2e\phi(x)}{M} \right)^{-1/2}. \quad (3.14)$$

Pošto je:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 = 2 \frac{d\phi}{dx} \frac{d^2 \phi}{dx^2},$$

Jednačina (3.14) se svodi na oblik koji formalno može biti integraljen množenjem prvo sa $2d\phi/dx$ a zatim integraljena od proizvoljne tačke $x = x_1$ do granice plazme, za $x = s$. (oznaka ϕ' označava izvod $\phi(x)$ po x):

$$(\phi'(s))^2 - (\phi'(x_1))^2 = 4 \frac{J_i}{\varepsilon_0} \left(\frac{2e}{M} \right)^{-1/2} [(-\phi(s))^{1/2} - (-\phi(x_1))^{1/2}]. \quad (3.15)$$

- Na granici plazme ($x_1 = s$) dva uslova mogu biti postavljena kao i za model sa matricom jona, naime da su polje i potencijal jednaki nuli: $\phi(s) = \phi'(s) = 0$.

- Korišćenjem tih uslova, može se integraliti ponovo od $x_1 = 0$, gde je ponovo $\phi(0) = -V_0$ potencijal na površini, do $x_1 = s$ gde je definisan nulti potencijal; to daje:

$$V_0^{3/4} = \frac{3}{2} \left(\frac{J_i}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} \left(\frac{2e}{M} \right)^{-1/4} s. \quad (3.16)$$

- Ova relacija je poznata kao **Child–Langmuir-ov zakon**. U posmatranom slučaju, dimenzija sheath-a s je povezana sa veličinom potencijala između granice plazme i površine (V_0) i sa jonskim fluksom kroz sheath J_i/e .
- Jednačina (3.16) pokazuje da za datu jonsku struju izdvojenu iz plazme, debljina sheath-a raste kao primenjeni napon na elektrodi, sa stepenom $3/4$.

Slučaj visokog pritiska (fully collisional)

- Aproksimacija za slučaj niskog pritiska, da se energija jonskog fluida unutar sheath-a se ne prenosi na gas, nije uvek dobra. U slučaju argona, srednji slobodni put za jon-neutral sudare je oko $\lambda_i \approx 4\text{mm}$ na pritisku $P \approx 1\text{ Pa}$. Veličina sheath-a može lako biti veća λ_i , čak in a niskom pritisku. U tom slučaju konzervacija energije nije korisna u određivanju kretanja jona.
- Uvođenje sudarnog člana u jednačinu održanja impulsa za hladan jonski gas (3b) vodi ka limitu visokog pritiska, u kome je električna sila u potpunosti uravnotežena sudarima, to jest silom trenja.

- Za 1D stacionarni slučaj ta jednakost glasi:

$$n_i M u v_i = e n_i E, \quad (3.17)$$

gde je član sa pritiskom zanemaren jer je jonski gas hladan ($T_i=0$). Uz stav da je pokretljivost jona konstantna, na osnovu činjenice da je jonska sudarna frekvencija fiksirana sporim kretanjem jona između sudara, termalnom brzinom $\bar{v}_i \gg u$, te je:

$$v_i = \bar{v}_i / \lambda_i. \quad (3.18)$$

Brzina drifta jonskog fluida je sada proporcionalna sa električnim poljem:

$$u = \frac{e}{M v_i} E = \mu_i E, \quad (3.19)$$

gde je $\mu_i \equiv e / (M v_i)$ pokretljivost jona. Iako postoje sudari, i dalje se pp. da ne dolazi do jonizacije i rekombinacije u sheath-u i da fluks jona ostaje konstantan, tj. važi da je $J_i = e n_i u$.

Poasonova jednačina sada može biti napisana za slučaj visokog pritiska kao:

$$\phi''(x) = - \frac{J_i}{\epsilon_0 \mu_i \phi'(x)} \quad (3.20)$$

Množenjem jednačine (3.20) sa $\phi(x)$ i integracijom unutar istih granica kao i ranije, dobijamo:

$$(\phi'(x_1))^2 = \frac{2J_i}{\varepsilon_0\mu_i} (s - x_1).$$

Daljom integracijom $\phi'(x_1)$ od $x = 0$ gde je $\phi(0) = -V_0$ do granice sa plazmom daje:

$$V_0 = \sqrt{\frac{8 s^3 J_i}{9 \varepsilon_0 \mu_i}}. \quad (3.21)$$

Slučaj srednjeg pritiska (collisional case)

Prelazna oblast, između kretanja slobodnim protokom (collisionless) i potpuno sudarnog kretanja (fully collisional motion) (**Oblast promenljive pokretljivosti**).

- Glavna karakteristika joj je da se kretanje između sudara opisuje brzinom jonskog fluida a ne termalnom brzinom jona. Pokretljivost je sad funkcija brzine fluida i u 1D slučaju je oblika:

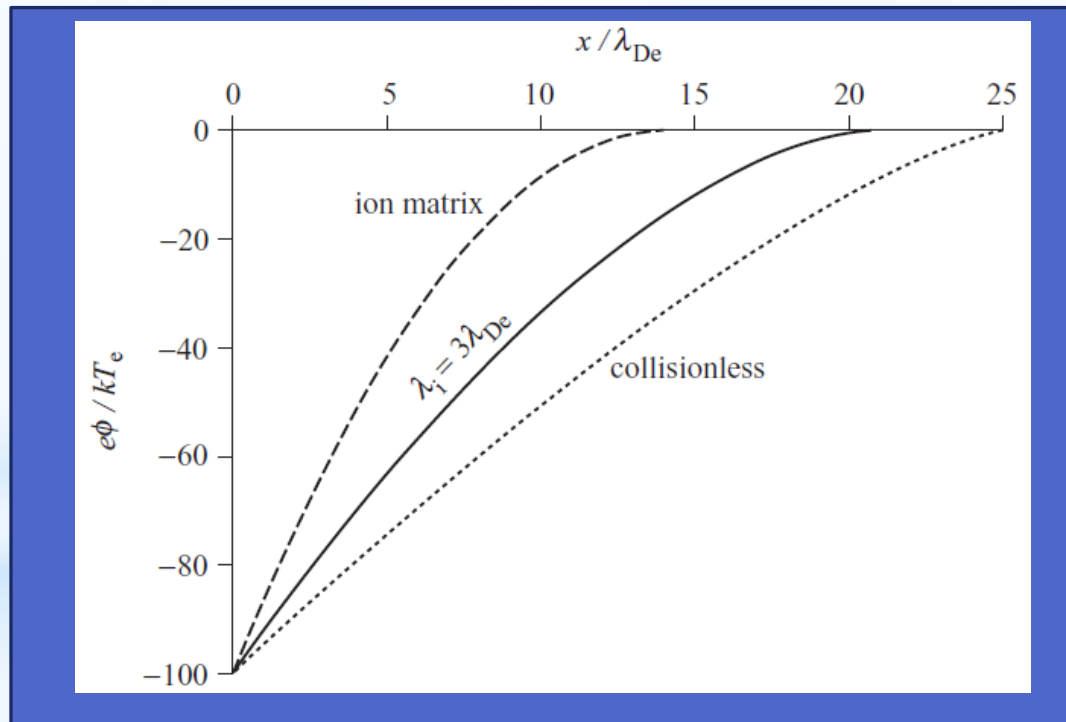
$$\mu_i = \frac{2e\lambda_i}{\pi M|u|}, \quad (3.22)$$

gde je λ_i sredni slobodni put za ion–neutral sudare.

Prateći istu procedure integracije, kao i u potpuno sudarnom slučaju dobija se novi izraz za Child–Langmuir-ov zakon, koji se u normalizovanom obliku može napisati kao:

$$\frac{s}{\lambda_{De}} = \left(\frac{8}{9\pi} \frac{\lambda_i}{\lambda_{De}} \right)^{1/5} \left(\frac{n_{e0} e \sqrt{kT_e/M}}{J_i} \right)^{2/5} \left(\frac{5 e V_0}{3 k T_e} \right)^{3/5}. \quad (3.23)$$

Ova relacija se označava kao kolizioni ‘collisional’ Child–Langmuir-ov zakon.



Na slici 3.4 je upoređen model sa jonskom matricom sa dve verzije Child-Langmuir-ovog modela.

- Smanjenje jonskog prostornog naelektrisanja u “ne-matričnim” modelima dovodi do debljeg sheath-a. Što je više sudara, manji je pad prostornog naelektrisanja, tako da sheath u slučaju velikog broja sudara **teži ka dimenziji** koju ima ion-matrix pretpostavci konstantne koncentracije jona.
- Sve tri varijacije Child-Langmuir-ovog zakona (3.16, 3.21, 3.23) pokazuju istu zavisnost ali u različitoj skali. Za datu vrednost pozitivne jonske struje koja protiče kroz sheath i za fiksirani pritisak, veličina sheath-a raste sa naponom (napon sa stepenom $3/4$, $2/3$ ili $3/5$ zavisno od opsega pritiska). Za datu vrednost pozitivne jonske struje i fiksirani napon V_0 , veličina sheath-a opada sa pritiskom, sa sledećim skaliranjem: $s \propto p^{-1/3}$ u slučaju sa potpuno uključenim sudarima, i $s \propto p^{-1/5}$ u slučaju sa delimično uključenim sudarima.
- Sva tri modela imaju manu jer nije određena vrednost pozitivne jonske struje, i problem održavanja konačne jonske struje na granici plazme, gde sva tri Child-Langmuir-ova modela podrazumevaju da je jonska brzina jednaka nuli – naredna sekcija se bavi tim pitanjem.

Prelaz plazma-sheath

- Kada je napon u oblasti sheath-a znatno veći od elektronske temperature ($eV_0 \gg kT_e$) elektronska koncentracija je praktično jednaka nuli u većem delu sheath-a.
- Međutim, u blizini prelaza iz **plazme u sheath**, koncentracija elektrona mora biti porediva sa koncentracijom jona. Za proučavanje tog prelaza prostorno naelektrisanje i elektrona i jona mora biti uključeno u Poasonovu jednačinu.

Bohm-ov kriterijum: prelaz iz sheath-a u plazmu

- Slika 3.5 pokazuje graničnu oblast između kvazi-neutralne plazme u gasu niskog pritiska i sheath-a prostornog naelektrisanja. Zadržavamo pretpostavku o hladnim jonima.
- Prelaz plazma/sheath se dešava pri $x=s$, gde je $\phi=0$ i $n_{is}=n_{es}=n_s$. U jon-matrix i Child-Langmuir-ovim modelima električno polje je takođe postavljeno na nulu na toj granici, ali nije konzistentno sa ne-nultom jonskom strujom. **Obazrivija pretpostavka je da je približno, ali ne i jednako nuli, $\phi' \approx 0$.**

Izotermalna pretpostavka, koncentracija elektrona se veže sa potencijalom, primenom Boltzmanove relacije,

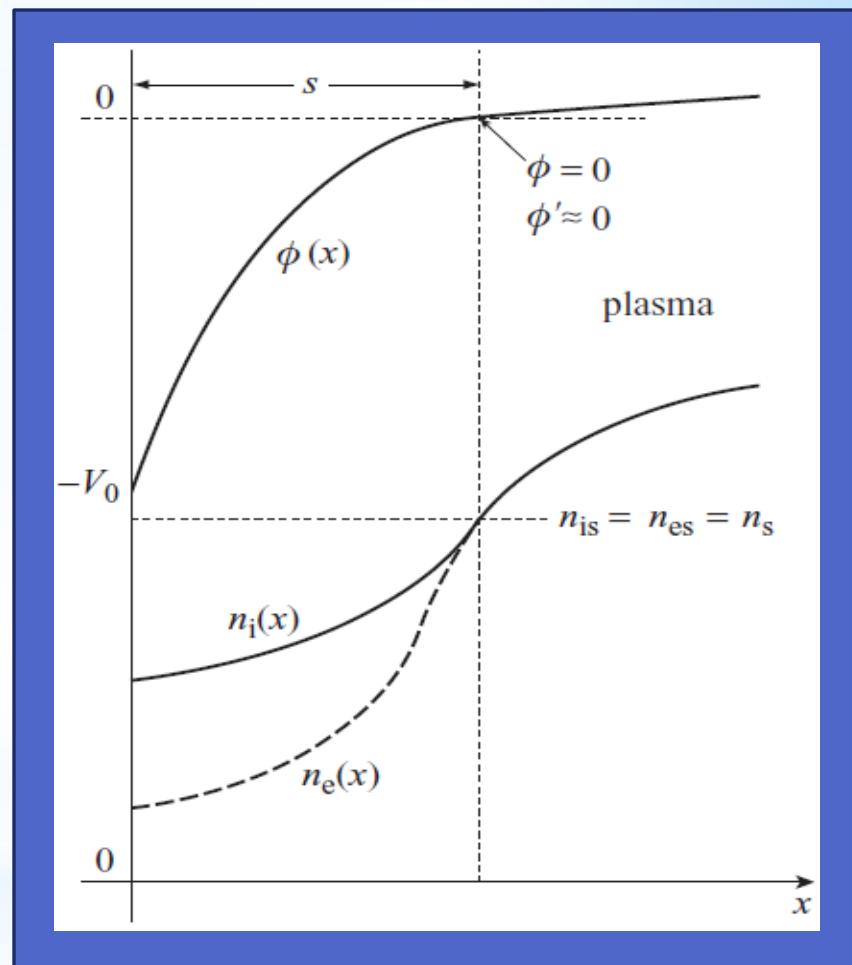
$$n_e(x) = n_s \exp\left(\frac{e\phi(x)}{kT_e}\right). \quad 3.24$$

Hladni joni, nizak pritisak, jednačina kontinuiteta i održanja impulsa (bez jonizacije i sudara za prenos impulse), su u obliku:

$$n_i(x) u(x) = n_s \quad (3.25)$$

$$\frac{1}{2} M u(x)^2 + e\phi(x) = \frac{1}{2} M u_s^2, \quad (3.26)$$

gde je u_s brzina pozitivnog jonskog fluida na granici plazma-sheath, ističući činjenicu da jonski fluid nije u miru u toj tački.



Slika 3.5 Koncentracije i potencijal oko prelazne oblasti plazma/sheath.

Da bi odredili tu brzinu, zamenimo jonsku brzinu u iz jednačine 3.26 u jednačinu 3.25. Time dobijamo izraz za koncentraciju jona u funkciji potencijala:

$$n_i(x) = n_s \left(1 - \frac{2e\phi(x)}{M u_s^2} \right)^{-1/2} .$$

Ukupno prostorno naelektrisanje u sheath-u je sada (uz jednačinu 3.24):

$$\rho = en_s \left[\left(1 - \frac{2e\phi(x)}{M u_s^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - \exp\left(\frac{e\phi}{kT_e}\right) \right] \quad (3.27)$$

- Gledajući sliku 3.5, jasno je da potencijal opada na prolazu od plazme ka sheath-u (x opadajuće), tako da je $d\phi/dx > 0$, dok ukupno prostorno naelektrisanje postaje pozitivno, kako x opada, tako da je $d\rho/dx < 0$;

- Iako i jonska i elektronska koncentracija opadaju, zadnja mora da opada brže.

Tako da za $\phi < 0$,

$$\frac{d\rho}{d\phi} < 0.$$

Diferenciranje jednačine (3.27) po ϕ (uz prethodni uslov) dovodi do zahteva da je

$$\frac{e^2 n_s}{M u_s} \left(1 - \frac{2e\phi}{M u_s} \right)^{-3/2} < \frac{e^2 n_s}{k T_e} \exp \left(\frac{e\phi}{k T_e} \right).$$

Razvojem u red ovog izraza po malom ϕ , razvoj prostornog naelektrisanja zahteva da je:

$$\frac{e^2 n_s}{M u_s} \left(1 + \frac{3e\phi}{M u_s} \dots \right) < \frac{e^2 n_s}{k T_e} \left(1 + \frac{e\phi}{k T_e} \right).$$

i za $\phi < 0$ ova nejednakost je zadovoljena ako je na granici brzina jona takva da je:

$$u_s = \left(\frac{k T_e}{M} \right)^{1/2}; \quad (3.28)$$

vodeći članovi se u prethodnoj nejednakosti poništavaju, ali naredni siguravaju da je uslov ispunjen. Taj uslov je poznat kao **Bohm-ov uslov**, a brzina data jednačinom 3.28, **Bohm-ova brzina, u_B** (jonska brzina zvuka). Za formiranje sheath-a je potrebno da joni dostignu brzinu u_B .

Jonski fluks na granici plazme

Kada u sheath-u nema jonizacije, jonski fluks koji napušta plazmu $\Gamma_i = n_s u_B$ jednak je fluksu pozitivnih jona koji dolaze do zida:

$$\Gamma_{wall} = n_s u_B \quad (3.29)$$

Fluks koji napušta zapreminu pražnjenja je ključna veličina za globalne modele. Takođe, $e\Gamma_i$ daje gustinu jonske struje koja ulazi u oblast prostornog naelektrisanja, koja je potrebna za računanje veličine sheath-a koristeći Child-Langmuir-ov model.

Jonski fluks ka granici je izražen u funkciji koncentracije na ivici sheath-a, n_s . U slučaju bezkolizione plazme, bez jonizacije, potencijal u centru mora biti veći za $kT/2e$ od potencijala na ivici, i na osnovu Bolcmanove jednačine sledi da koncentracija u centru n_0 , mora biti veća od one na ivici za:

$$\frac{n_s}{n_0} = \exp(-1/2) \approx 0.6 \quad (3.30)$$

U realnijem slučaju, kada joni doživljavaju sudare sa neutralima, i kada je uključena jonizacija u plazmi, potencijal između centra i ivice će biti veći, i samim tim biće veće i opadanje u koncentraciji jona.

Potencijal “lebdeće” površine (floating surface)

Sada je poznat izraz za jonski fluks koji prelazi u sheath, tako da je moguće naći potencijalnu razliku duž sheath-a koja će usporiti fluks elektrona do te mere, da je ukupna struja (jonska + elektronska) jednaka nuli. To će biti stacionarnu potencijal koji će bilo koja izolovana/električki izolovana površina dostići kada se izloži oblasti plazme. Elektronski fluks je određen iz uslova da iz Maksvelove raspodele elektrona na temperature T_e , samo oni koji imaju energiju veću od $e\Delta\phi$, mogu dostići površinu zida, dakle njihov fluks na površinu je:

$$\Gamma_e = \frac{n_s \bar{v}_e}{4} \exp\left(-\frac{e\Delta\phi}{kT_e}\right). \quad (3.31)$$

Polazeći od uslova da je $\Gamma_e = \Gamma_i$ može se pokazati da je lebdeći potencijal površine izložene plazmi sa hladnim jonima mase M i Maksvelovskim elektronima (temperature T_e) jednak:

$$V_f = \frac{kT_e}{e} \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2\pi m}{M} \right) \quad (3.32)$$

Izjednačavanjem flukseva elektrona (3.31) i jona (3.29), uz uslov da je $\Delta\phi = -V_f$, daje

$$\frac{n_s \bar{v}_e}{4} \exp \left(\frac{eV_f}{kT_e} \right) = n_s u_B,$$

odakle se zamenom vrednosti za u_B i uzimanjem logaritma dobija 3.32.