

## OSNOVE STATISTIČKE FIZIKE PRVI DOMAĆI ZADATAK

*Datum:* 18. novembar 2019.  
*Rok za predaju:* 9. decembar 2019. u 11<sup>15</sup>

**Zadatak 1.** Gustina raspodele verovatnoće neprekidne slučajne promenljive ima oblik trougla i definisana je na sledeći način:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, x \geq b, \\ \frac{2x}{ab}, & 0 \leq x < a, \\ \frac{2x}{ab - b^2} + \frac{2}{b - a}, & a \leq x < b. \end{cases}$$

- Grafički predstaviti funkciju gustine raspodele  $f(x)$ .
- Odrediti (kumulativnu) raspodelu verovatnoće  $F(x)$  i na osnovu nje proveriti da li je data raspodela normirana. Skicirati grafik  $F(x)$ .
- Odrediti verovatnoću da slučajna promenljiva  $X$ , koja se pokorava ovoj raspodeli, uzme vrednost iz intervala  $x \in \left(\frac{a}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$ .

**Zadatak 2.** Klatno dužine  $L$  vrši harmonijsko oscilovanje iznad ravne horizontalne podloge po zakonu

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

gde je  $\varphi_0$  maksimalni otklon klatna u odnosu na vertikalnu, a  $T$  period njegovog oscilovanja. Sa dna klatna izbacuje se boja duž pravca niti, prema podlozi koja je na rastojanju  $2L$  od tačke vešanja klatna. Odrediti raspodelu boje na podlozi duž pravca koji je definisan presekom ravni oscilovanja i podloge. Zanemariti promenu mase klatna zbog izbacivanja boje.

**Zadatak 3.**

- Polazeći od Maksvelove raspodele molekula po intenzitetima brzina, naći broj molekula po jedinici zapremine idealnog gasa čija se energija nalazi u intervalu  $(E, E + dE)$ . Masa svakog molekula je  $m$ , a temperatura gasa je  $T$ .
- Proveriti normiranost dobijene raspodele.

c) Odrediti najverovatniju energiju molekula idealnog gasa,  $E_m$  i pokazati da je  $E_m \neq \frac{1}{2}mv_m^2$ , gde je  $v_m$  najverovatnija brzina molekula.

d) Naći relativnu fluktuaciju energije

$$\delta(E) = \frac{\sigma(E)}{\bar{E}},$$

gde je  $\sigma$  standardna devijacija odgovarajuće raspodele, a  $\bar{E}$  srednja energija molekula gasa. Uporediti dobijenu vrednost sa relativnom fluktuacijom brzine termalnog kretanja,  $\delta(v)$ .

**Zadatak 4.** Naći broj molekula idealnog gasa čije komponente brzina paralelne nekoj osi leže u intervalu  $(v_{\parallel}, v_{\parallel} + dv_{\parallel})$ , a moduli normalne komponente u odnosu na istu osu u intervalu  $(v_{\perp}, v_{\perp} + dv_{\perp})$ . Kolike su  $\overline{v_{\parallel}}$ ,  $\overline{v_{\perp}}$ ,  $\overline{v_{\parallel}^2}$ ,  $\overline{v_{\perp}^2}$  i kvadratni koren iz  $\overline{v^2}$ ? Da li se ovaj izraz poklapa sa izrazom za koren iz srednjeg kvadrata brzine dobijenog direktno iz Maksvelove raspodele? Obrazložiti ovo poklapanje, odnosno nepoklapanje.

**Zadatak 5.** Prosečna kinetička energija atoma vodonika koji čini svu atmosferu neke zvezde (u termodinamičkoj ravnoteži) iznosi 1 eV.

a) Kolika je temperatura atmosfere zvezde?

b) Koji je odnos broja atoma koji se nalaze u drugom pobuđenom stanju i broja nepobuđenih atoma? Energijski nivoi atoma vodonika dati su izrazom

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

c) Koji je odnos broja atoma koji se nalaze u drugom pobuđenom stanju i broja jonizovanih atoma?

**Zadatak 6.** Cilindar poluprečnika  $R$  i visine  $H$ , napunjen hemijski homogenim gasom, ravnomerno rotira u homogenom polju Zemljine teže oko svoje vertikalne ose ugaonom brzinom  $\omega$ . Odrediti raspodelu molekula gasa unutar cilindra, ako je on postavljen vertikalno na nivou mora. Ukupan broj molekula gasa je  $N$ , masa pojedinačnog molekula je  $m$ , a ceo sistem se nalazi na konstantnoj temperaturi  $T$ .

*Napomena: Prilikom izrade zadataka, skicirati odgovarajuće slike svuda gde je potrebno, i ukratko objasniti uvedene veličine, netrivialne korake u računu, kao i fizičke procese koji se u zadatom problemu odvijaju.*