

I DEO ISPITA

1. [8 poena] Odrediti vrednosti parametra $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ za koje tačno jedno rešenje jednačine

$$(a-1)x^2 - 2(a+2)x + a = 0,$$

pripada oblasti vrednosti funkcije

$$f(x) = \frac{1}{2x^4 + x^2 - 1}.$$

2. [8 poena] Rešiti nejednačinu

$$16(x-1)\sqrt[3]{\frac{x-1}{3-x}} + (3-x)\sqrt[3]{\frac{3-x}{x-1}} \leq 8.$$

3. [8 poena] U zavisnosti od parametra $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, rešiti nejednačinu

$$\log_{x^2}(x - ax^2) \geq \log_{|x|}\left(x + \frac{1}{2}\right).$$

I DEO ISPITA

1. [8 poena] Odrediti vrednosti parametra $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ za koje tačno jedno rešenje jednačine

$$(a-1)x^2 - 2(a+2)x + a = 0,$$

pripada oblasti vrednosti funkcije

$$f(x) = \frac{1}{2x^4 + x^2 - 1}.$$

2. [8 poena] Rešiti nejednačinu

$$16(x-1)\sqrt[3]{\frac{x-1}{3-x}} + (3-x)\sqrt[3]{\frac{3-x}{x-1}} \leq 8.$$

3. [8 poena] U zavisnosti od parametra $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, rešiti nejednačinu

$$\log_{x^2}(x - ax^2) \geq \log_{|x|}\left(x + \frac{1}{2}\right).$$

II DEO ISPITA

1. [10 poena] Ako za oštre uglove α, β, γ važi

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

da li ti uglovi mogu biti uglovi trougla?

2. [9 poena] U zavisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ rešiti nejednačinu

$$\sin 2x + 2\sqrt{2}a(\sin x - \cos x) < 4a - 1.$$

3. [9 poena] U skupu pozitivnih realnih brojeva rešiti sistem jednačina

$$\begin{array}{ll} x_1 + \frac{1}{x_2} = 4 & x_2 + \frac{1}{x_3} = 1 \\ x_3 + \frac{1}{x_4} = 4 & x_4 + \frac{1}{x_5} = 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_{2023} + \frac{1}{x_{2024}} = 4 & x_{2024} + \frac{1}{x_1} = 1 \end{array}$$

1. [11 poena] Odrediti vrednosti parametra $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ za koje tačno jedno rešenje jednačine

$$(a-1)x^2 - 2(a+2)x + a = 0,$$

pripada oblasti vrednosti funkcije

$$f(x) = \frac{1}{2x^4 + x^2 - 1}.$$

2. [11 poena] U zavisnosti od parametra $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, rešiti nejednačinu

$$\log_{x^2}(x - ax^2) \geq \log_{|x|}\left(x + \frac{1}{2}\right).$$

3. [10 poena] Ako za oštre uglove α, β, γ važi

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

da li ti uglovi mogu biti uglovi trougla?

4. [10 poena] U zavisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ rešiti nejednačinu

$$\sin 2x + 2\sqrt{2}a(\sin x - \cos x) < 4a - 1.$$

5. [10 poena] U skupu pozitivnih realnih brojeva rešiti sistem jednačina

$$\begin{array}{ll} x_1 + \frac{1}{x_2} = 4 & x_2 + \frac{1}{x_3} = 1 \\ x_3 + \frac{1}{x_4} = 4 & x_4 + \frac{1}{x_5} = 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_{2023} + \frac{1}{x_{2024}} = 4 & x_{2024} + \frac{1}{x_1} = 1 \end{array}$$