Pismeni deo ispita iz predmeta Matematička analiza 1

Januarski ispitni rok

Napomena: Student koji polaže prvi deo radi prva tri zadatka, onaj koji polaže drugi deo radi 4.,5. i 6. zadatak, a student koji polaže ceo ispit bira iz svakog od delova po 2 zadatka.

1. Ako za članove niza važi $0 < x_n < \frac{\sqrt{n}+\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^2+1}}$ pokazati da je $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$.

2. Ispitati da li je niz $a_1 = \sqrt[3]{6}$, $a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n + 6}, n \in \mathbb{N}$ konvergentan i ako jeste odrediti njegovu graničnu vrednost.

3. Odrediti konstante a i b tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2019x}{x}, & x < 0 \\ ax + b, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x^2}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

bude svugde neprekidna.

4. Odrediti Maklorenov polinom trećeg stepena funkcije $f(x) = \sqrt{2 - e^{-x}}$ i ostatak napisati u Peanovom obliku.

5. Ispitati tok i skicirati grafik funkcije $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}}$.

6. Ako je $f = \ln(e^x + e^y)$ pokazati da su onda zadovoljene parcijalne diferencijalne jednačine

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 1 \quad \text{i} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0.$$