

PDJ prvog reda

Homogena linearna PDJ

Rešiti linearne homogene PDJ:

$$1. (2z - 3y) \frac{\partial u}{\partial x} + (3x - z) \frac{\partial u}{\partial y} + (y - 2x) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$2. (z - y)^2 \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial u}{\partial y} + y \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad x = 0, u = 2y(y - z)$$

Kvazilinearna PDJ

Rešiti kvazilinearne PDJ:

$$1. xy \frac{\partial z}{\partial x} - y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = x, \quad x = a, \quad 2ayz = a^2 + 2, \quad a \in \mathbb{R};$$

$$2. x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2z - b(x + y) - 2a, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad x = 1, \quad z = b(1 + y) + a, \quad a, b \in \mathbb{R};$$

$$3. x(x^2 + 3y^2) \frac{\partial z}{\partial x} + y(3x^2 + y^2) \frac{\partial z}{\partial y} = 2z(x^2 + y^2); \quad xy = z, \quad y^2 + z^2 = x^2;$$

$$4. y(x + y) \frac{\partial z}{\partial x} - x(x + y) \frac{\partial z}{\partial y} = (x - y)(2x + 2y + z), \quad x + y = b, \quad x^2 + y^2 + z^2 = a^2;$$

$$5. x \frac{\partial u}{\partial x} + (z + u) \frac{\partial u}{\partial y} + (y + u) \frac{\partial u}{\partial z} = y + z, \quad x = 1, \quad y + z + u = 1;$$

$$6. x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + (z + u) \frac{\partial u}{\partial z} = xy;$$

7. Naći jednačinu površi čija tangenta ravan u njenoj proizvoljnoj tački M seče z -osu u tački N koja je podjednako udaljena od tačke M i od koordinatnog početka i koja prolazi kroz hiperbolu $x = a, z^2 - y^2 = a^2$.

8. Odrediti jednačinu površi koja prolazi kroz krug $z = a, x^2 + y^2 = b^2$ i ortogonalna je na familiju površi $z = kxy$.

Nelinearna PDJ - Metod Lagranž-Šarpija

Rešiti PDJ:

I (a) $F(p, q) = 0$, (b) $p + q + p^2q = 0$

II (a) $F(z, p, q) = 0$, (b) $pq = p^2z + q$

III (a) $F(x, p, q) = 0$, (b) $\sqrt{p} + \sqrt{q} = 2x$

IV (a) $F(x, p) = G(y, q)$, (b) $(1 - x^2)yp^2 + x^2q = 0$

V $z = px + qy + f(p, q)$, $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ KLEROOVA PDJ

Za sledeće PDJ

- ✓ odrediti potpuni i opšti integral PDJ,
- ✓ ispitati egzistenciju singularnog integrala,
- ✓ odrediti Košijev integral koji sadrži datu krivu.

1. $pq + 2x^2yp + 2xy^2q - 4xyz = 0$, KI: $x = y = a$, $z = a^2$;

2. $2px + 2qy + 4zp^2 = z$, KI: $y = 1$, $x^2 + y^2 = 1$;

3. $p = (qy + z)^2$;

4. $q = yzp^2$, (a) $y = 0$, $x^2 + z^2 = 1$, (b) $x = 0$, $z^2 = y^2$;

5. $z^2(2 + p^2 + q^2) = x^2 + y^2 + 2z(xp + yq)$;

6. $p^2x^2 + yzq = z^2$, $x = y = z = a > 0$;

7. $(x + pz)^2 + (y + qz)^2 = az^2(1 + p^2 + q^2)$, $a \in \mathbb{R}^+$;

8. Neka je M tačka površi \mathcal{S} , a A , B tačke prodora koordinatnih osa kroz tangentnu ravan površi \mathcal{S} u tački M . Odrediti jednačinu površi \mathcal{S} ako je površina trougla OAB konstantna. Naći onu površ koja prolazi kroz pravu $y = 0$, $z = x + 1$

9. Neka je M tačka površi \mathcal{S} , a M' njena otogonalan projekcija na ravan xOy , N tačka u kojoj normala površi \mathcal{S} u tački M prodire ravan xOy . Naći jednačinu površi \mathcal{S} ako su tačke M' i N podjednako udaljene od koordinatnog početka.