

PDJ drugog reda – I deo

Klasifikacija i kanonizacija PDJ drugog reda

1. Odrediti tip PDJ i svesti je na kanonski oblik
 - (a) $2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y = 0$;
 - (b) $y^2u_{xx} + 2xyu_{xy} + x^2u_{yy} + xu_x + yu_y = 0$;
 - (c) $(1 + x^2)u_{xx} + (1 + y^2)u_{yy} + xu_x + yu_y = 0$.
2. Odrediti oblasti u kojima je PDJ $u_{xx} - yu_{yy} = 0$ hiperboličnog, paraboličnog i elitičnog tipa i u sva tri slučaja svesti jednačinu na kanonski oblik.
3. Odrediti oblasti u kojima je PDJ $yu_{xx} + xu_{yy} = 0$ hiperboličnog, paraboličnog i elitičnog tipa, a zatim u IV kvadrantu svesti jednačinu na kanonski oblik.

Košijev i Gursaov problem

1. Naći opšte rešenje PDJ $x^2u_{xx} - y^2u_{yy} - 2yu_y = 0$.
2. Naći opšte rešenje PDJ $u_{yy} - 2u_{xy} + 2u_x - u_y = 4e^x$.
3. Rešiti Košijev zadatak $x^2u_{xx} - 2xu_{xy} + u_{yy} + u_y = 2u$, $u(1, y) = 1$, $u_x(1, y) = y^2$.
4. Rešiti Košijev zadatak
$$xu_{xx} + (x + y)u_{xy} + yu_{yy} = 0, \quad u|_{xy=1} = x^3, \quad u_x|_{xy=1} = 2x^2.$$
5. Rešiti Košijev zadatak
$$4u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + 2u_x + u_y + \frac{u}{4} = 0, \quad u|_{y=0} = x^2e^{-x/4}, \quad u_y|_{y=0} = 0.$$
6. U oblasti $\mathbb{D} = \{(x, y) : |x| < y\}$ rešiti Gursaov problem
$$2u_{xx} - 2u_{yy} + u_x + u_y = 0, \quad u|_{y=x} = 1, \quad u|_{y=-x} = (1 + x)e^x.$$