Parcijalne diferencijalne jednačine
Septembarski ispitni rok $\sim$ 2015

1. Odrediti opšte rešenje PDJ

$$y(x+y)\frac{\partial z}{\partial x} - x(x+y)\frac{\partial z}{\partial y} = (x-y)(2x+2y+z),$$

a zatim odrediti ono rešenje koje zadovoljava uslov $x = 0, y^2 - z^2 = 4$.

2. Odrediti potpuni i opšti integral PDJ $xp^2q + ypq^2 - zpq + 1 = 0$. Ispitati egzistenciju singularnog integrala i odrediti ga ako postoji.

3. Rimanovom metodom rešiti Košijev problem:

$$\begin{aligned} &u_{xx} - u_{yy} + 4u_x + 4u + xy = 0, \quad x, y > 0 \\ &u(x,0) = x^2 \\ &u_y(x,0) = x. \end{aligned}$$

4. Rešiti mešoviti problem:

$$\begin{aligned} &u_t = u_{xx} + 6u + 2t(1-3t) - 6x + 2\sin x \sin 2x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2},\ t > 0 \\ &u_x(0,t) = 1, u(\frac{\pi}{2}, t) = t^2 + \frac{\pi}{2}, \\ &u(x,0) = x. \end{aligned}$$

5. Na kvadratu $\{(x,y) : 0 < x < l, 0 < y < l\}$ naći rešenje Laplasove jednačine koje zadovoljava granične uslove:

$$u_x(0,y) = u(l,y) = 0,\ u(x,0) = \cos\frac{\pi x}{2l},\ u(x,l) = \cos\frac{3\pi x}{2l}.$$