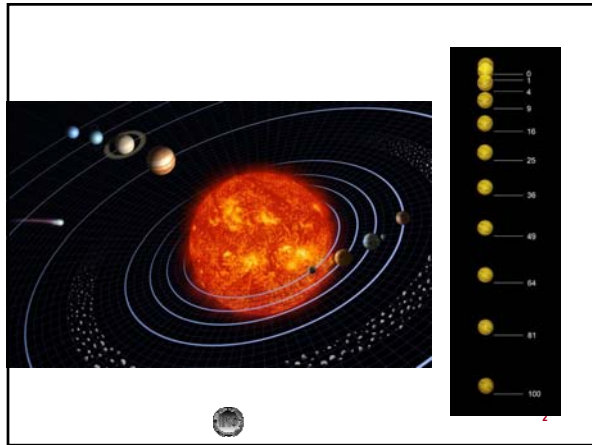


Колоквијум: иза 2. децембра

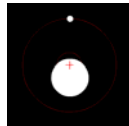
1. Њутнов закон универзалне гравитације
 1. Зависност убрзања Земљине теже од висине
 2. Плима и осека
2. Кеплерови закони
3. Бестежинско стање и утицај на биосистеме
4. Силе код криволинијског кретања
5. Космичке брзине





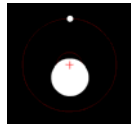
Њутнов закон универзалне гравитације

- “лепи” нас за Земљу,
- тела падају
- делује на Месец
- на планете
- на све што има масу...
- Њутн – закон унив. грав.
- пре њега: Галилеј,
Роберт Хук, Кристофер
Врен, Едмунд Халеј



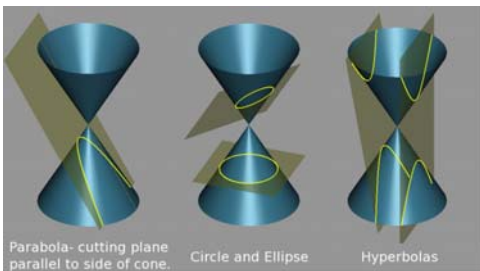
Њутнов закон универзалне гравитације

- Њутн – први дошао до математичког израза
- показао да су путање небеских тела "конусни пресеци" –кружнице, елипсе, параболе, хиперболе
- било је познато да небеска тела имају те путање али није било објашњења



4

Конусни пресеци – пресек равни и купе.



Parabola- cutting plane parallel to side of cone.

Circle and Ellipse

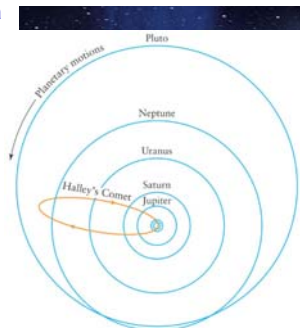
Hyperbolas



5

•Халеј је хтео да зна зашто изгледа да се комете враћају Земљи у тачно одређеним временским интервалима. (Оне такође имају елиптичну путање ...Кеплер)

•Под утицајем Едмунда Халеја (по коме је најчувенија комета добила име), Исак Њутн је формулисао закон гравитације који је објаснио кретање планета.



Hale Bopp

Њутнов закон универзалне гравитације

Сваку честицу у универзуму привлачи свака друга честица силом која је директно пропорционална производу њихових маса а обрнуто пропорционална квадрату растојања између њих.

Како то може да се представи у математичком облику?

$$F_g \propto \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \xrightarrow{\text{са } \gamma} \quad F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

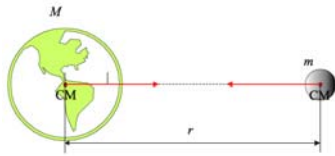
γ је универзална гравитациона константа, њена вредност је

$$\gamma = 6.673 \times 10^{-11} \quad \text{Јединица?} \quad N \cdot m^2 / kg^2$$

Вредност те константе није била дата у теорији већ је морала да буде измерена



7



$$F = \gamma \frac{mM}{r^2}$$



8

- кинематика: убрзање Земљине теже је, близу површине Земље, $9,81 \text{ m/s}^2$.
- 2. Њ. закон

$$mg = \gamma \frac{mM}{r^2}$$

$$g = \gamma \frac{M}{r^2}$$

$$r \approx R$$

$$R = 6,376 \times 10^6 \text{ m}$$

$$M = 5,979 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

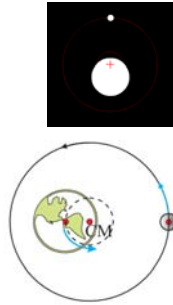
убрзање
Земљине теже
НЕ ЗАВИСИ ОД
МАСЕ ТЕЛА



9

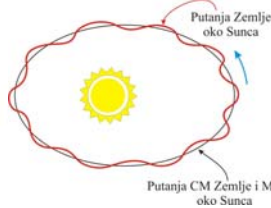
Кретање Земље

- ротација око своје осе
- ротација око Сунца
- ротација са Сунцем око центра галаксије, ...



Slika 5.2: Kretanje Zemlje i Meseca oko zajedničkog centra masa.





Slika 5.3: Putanje centra masa sistema Zemlja-Mesec i same Zemlje oko Sunca (talasasta linija).



11

Зависност убрзање Земљине теже од висине тела

- g варира са висином
- тело на висини h изнад Земље
- растојање од његовог положаја до центра маса Земље $r = R + h$
- гравитациона сила је

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2} = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2}$$

- убрзање ће се разликовати од g , означимо га са g'
- 2. Њутнов закон

$$mg' = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2}$$

$$g' = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$$



12

Visina h (km)	g' (m/s ²)
1 000	7,33
2 000	5,68
3 000	4,53
4 000	3,70
5 000	3,08
6 000	2,60
7 000	2,23
8 000	1,93
9 000	1,69
10 000	1,49
50 000	0,13
∞	0

Tabela 5.1: Ubrzanja Zemljine teže za neke visine iznad površine Zemlje.



Плима и осека



Плима и осека

- највидљивији резултат деловања гравитације Месеца на Земљу
- упрошћени приказ

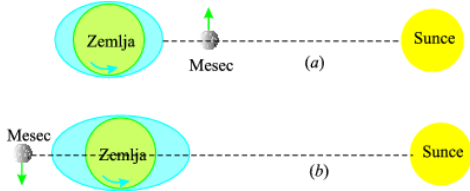


- откуд плима и са друге стране?
- колико пута дневно се дешава?
- да ли Сунце, као најмасивније тело у планетарном систему има утицај на плиму и осеку?
- Месец привлачи Земљу јаче него воду са друге стране
- Земља ротира око своје осе а места на којима су плиме задржавају свој положај у односу на Месец



Утицај Сунца на плиму и осеку

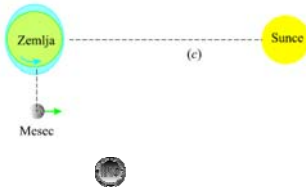
- утицај Сунца је половина утицаја Месеца
- највеће плиме – пролећне – када су Земља, Месец и Сунце у једној линији



16

Утицај Сунца на плиму и осеку

- утицај Сунца је половина утицаја Месеца
- најниже када је Сунце под правим углом у однос на линију која спаја положаје Земље и Месеца



17

Плима и осека у другим системима

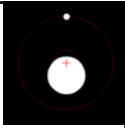
- најекстремније тамо где је и гравитација највећа и где се мења брзо са растојањем
- црне рупе – маса већа од масе Сунца а дијаметар неколико километара



Slika 5.6: Crna rupa koja usisava materiju sa bliske zvezde.

18

Кеплерови закони



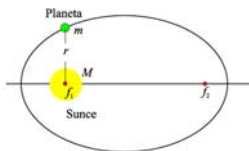
- Тело мање масе m орбитира око тела веће масе M
 - у том случају тело веће масе можемо сматрати стационарним – и узети за њега инерцијални систем референце
 - ако је орбита затворена крива, мање тело је сателит већег
- Систем је изолован од других тела
 - можемо да занемаримо ефекте на путање који потичу од утицаја других тела
- Ове услове задовољавају
 - Земљини сателити
 - природни-Месећ
 - вештачки
 - тела која орбитирају око Сунца
 - сателити осталих планета



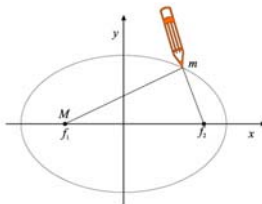
19

1. Кеплеров закон

- Орбита сваке планете око Сунца је елипса у чијем једном фокусу се налази Сунце.



20



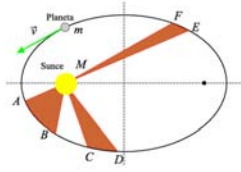
Slika 5.7: Elipsa je zatvorena kriva kod koje je zbir rastojanja ma koje tačke na njoj od dva fokusa (f_1 i f_2) konstantan.



21

Други Кеплеров закон:

Свака планета се креће тако да, замишљена линија која спаја Сунце и планету, пребрише једнаке површине за једнаке интервале времена



Slika 5.9: Ilustracija drugog Keplerovog zakona. Osenčene oblasti imaju jednaku površinu. Planeti je potrebno jednako vreme da stigne od tačke A do B, od C do D i od E do F. Posledica toga je da se planeta brže kreće kada je bliža telu mase M.



22

Трећи Кеплеров закон:

Однос квадрата периода обиласка ма које две планете око Сунца је једнак односу трећих степена њиховог средњег растојања од Сунца.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$



23

Астронаути у шатлу изгледају као да лебде. Зашто је то тако?



Да ли су они толико далеко од Земље па је гравитација нула?
Или је у питању неки други разлог?



24



Visina h (km)	g' (m/s^2)
1 000	7,33
2 000	5,68
3 000	4,53
4 000	3,70
5 000	3,08
6 000	2,60
7 000	2,23
8 000	1,93
9 000	1,69
10 000	1,49
50 000	0,13
∞	0

Tabela 5.1: Ubrzanja Zemljine teže za neke visine iznad površine Zemlje.



Тежина и бестежинско стање

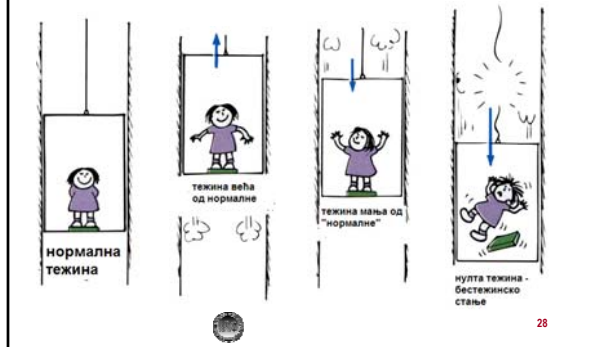
Тежина је **сила** којом тело делује на хоризонталну подлогу, растеже опругу, затеже конач о који је обешено, ... услед деловања силе Земљине теже.

$$\vec{Q} = m \vec{g}$$

Бестежинско стање можете да осетите чак и ако гравитација делује на вас.



Како може да се осети бестежинско стање и "екстра" гравитација?



Ценовник боравка у бестежинском стању (ПДВ је укључен у цену)

- 35 милиона долара за недељу боравка на Међународној свемирској станици
- 5 000 долара за 5 минута у авиону за обуку астронаута
- 20 долара, неколико секунди у луна парку
- Део секунде у скоку са столице - џабе



Утицај на биосистеме

- Космичка болест
- Ефекти дугог боравка у космосу
- Репродукција у космосу
- Вештачка гравитација



Космичка болест

- жива бића су “дизајнирана” да живе у условима земаљске гравитације ($9,81 \text{ m/s}^2$)
- губи се осећај за “горе” и “доле” (везан је такође за убрзање – за његове векторске карактеристике)
- ефекат – губитак оријентације



31

Ефекти дугог боравка у космосу

- мишићи
 - ефекат сличан код старијих људи или привремено непокретних
 - мишићи су то чврћи што су активнији
 - неактивност доводи до опуштања
- КОСТИ
 - део кости се стално замењује новим материјалом – обнавља
 - баланс између дела који изумири и новог који се обнавља се ремети у условима гравитације различите од земаљске
 - најизраженији на највећим костима – доњих екстремитета
 - није јасно да ли је ефекат губитка материјала кости већи или је мањи ефекат стварања новог материјала (или оба)



32

Ефекти дугог боравка у космосу

- крвоток – јавља се редистрибуција флуида у телу
 - вене и артерије у ногама су, у нормалним условима, напрегнуте на такав начин да онемогућавају гомилање крви у њима
 - у условима смањене гравитације, крвни судови се и даље контрахују на исти начин што подиже крв ка горњим деловима тела
 - тренутна последица - осећај надувености
 - на дуже стазе – може да изазове здравствене проблеме.
- ефекти повећања количине крви у глави
 - организам има утисак да се у целом телу појавио вишак крви
 - реагује тако што смањује укупну количину крви у организму
 - консеквенца – повећање концентрације крвних зрнаца
 - на повећање концентрације организам реагује тако што смањује њихов број



33

Ефекти дугог боравка у космосу

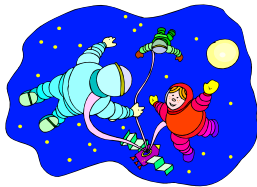
- Репродукција у космосу
 - битна за колонизацију космоса
 - труднице су већ боравиле у руској мисији
 - репродукција биљних и животињских врста
 - зељасте биљке, гљиве, инсекти, рибе и водоземци – унутар једне генерације није било проблема
 - упозорење
 - ембриони кокоши оплођени мање од 24 сата на Земљи пре полетања па послати у орбиту нису преживели
 - Космичка биологија – space biology
 - Гравитациона биологија



34

Вештачка гравитација

- У случају дугог боравка у космосу јављају се проблеми: кости постају слабије, мишићи губе масу, ...



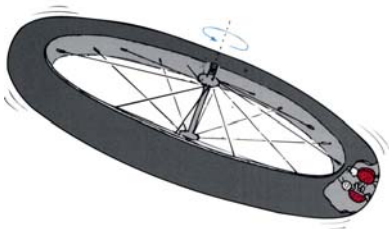
Могуће решење, конструкција бродова који би могли да креирају вештачку гравитацију...



35

Уколико смо у васиони у довољно великом броду који се окреће око осе на одговарајући начин, центрифугална сила симулира гравитацију="тешко је разликовати деловање гравитације и убрзано кретање" !!!!!

• Гравитација=убрзано кретање – принцип еквивалентности Ајнштајнове ОТП



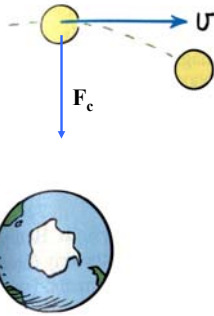
36

“Космичка башта”



Силе код криволинијског кретања

- Први Њутнов закон – ако на тело не делује сила креће се праволинијски
- на тело које савија путању делује сила - центрипетална



38

Силе код криволинијског кретања

- Други Њутнов закон:
 - сила је производ масе и убрзања

$$\vec{F}_c = m\vec{a}_c.$$

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \quad \vec{F}_c = m r \omega^2.$$

- полупречник орбите

$$r = \frac{mv^2}{F_c}$$

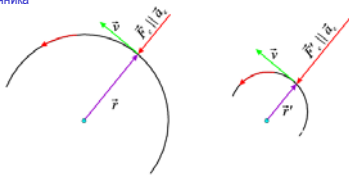


39

Силе код криволинијског кретања

- За исту масу тела и линијску брзину, већа сила доводи до кретања по путањи мањег полупречника

$$r = \frac{mv^2}{F_c}$$



Slika 5.10: За кретање истог тела једнаком линијском брзином по кружници мањег полупречника, потребна је већа центрипетална сила.



40

Силе код криволинијског кретања

- Природа центрипеталне силе
 - зависи од тога шта проузрокује кретање по кружници
 - кретање Месеца око Земље – сила је гравитациона
 - електрон око језгра – Кулонова сила
 - аутомобил у кривини – сила трења између точкова и коловоза
- Сила реакције центрипеталној сили
 - 3. Њ. закон – не делује на исто тело!
 - центрифугална сила
 - делује на тело које приморава оно друго да се креће по кружној путањи (на Земљу, језгро, ...)



41

Космичке брзине

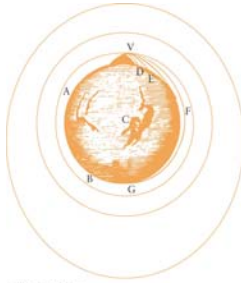
- Карактеристичне брзине у астронаутици. Односе се на дато небеско тело.
 - 1. брзина-брзина коју треба да има вештачки сателит неке планете или Месеца, да би остао на блиској орбити изнад ње. $v_1 = (gR)^{1/2} = 7,91 \text{ m/s}$ за Земљу
 - блиска орбита – за Земљу 200 км висине (на тој висини је отпор атмосфере занемарљив).
 - Колико је убрзање Земљине теже на тој висини?



Орбите планета

Њутнов "мисаони експеримент":

Бацање тела са врха планине, све брже и брже (занемаримо отпор ваздуха). Шта се дешава ?



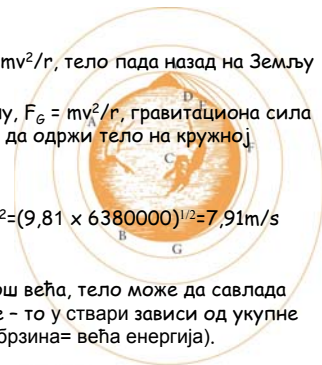
Орбите:

За мале брзине: $F_G > mv^2/r$, тело пада назад на Земљу

Ако повећамо брзину, $F_G = mv^2/r$, гравитациона сила је таман толико јака да одржи тело на кружној орбити.

$$mg = mv^2/r \Rightarrow v_1 = (gr)^{1/2} = (9,81 \times 6380000)^{1/2} = 7,91 \text{ m/s}$$

Уколико је брзина још већа, тело може да савлада гравитацију и да оде - то у ствари зависи од укупне енергије тела (већа брзина = већа енергија).



Космичке брзине

- 2. космичка брзина је најмања брзина којом треба да се избаци тело са неке планете да би изашло изван дејства њеног гравитационог поља..
- Ни она не зависи од масе тела!!!



$$\frac{mv^2}{2} = \gamma \frac{mM}{r}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}}$$

	Маса*	Радиус*
Меркуриј	0.0558	0.383
Венера	0.815	0.95
Земља	1	1
Марс	0.107	0.532
Јупитер	318	11.2
Сатурн	95.1	9.41
Уранијум	14.5	4.08
Нептун	17.2	3.88
Плутон	0.01	0.2
Месец	0.0734	0.273

*relative to Earth

Earth mass = 5.974×10^{24} kg
 Earth equatorial radius = 6378 km
 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$

Космичке брзине



$$\frac{mv_2^2}{2} = \gamma \frac{mM}{r}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}}$$

$$v_2 = \sqrt{2}v_1 = 11,2 \text{ m/s}$$



46



Космичке брзине

• Трећа

– најмања брзина коју треба да има тело да би изашло из зоне деловања Сунца

– $v_3 = 42,2 \text{ km/s}$

• Четврта

– најмања брзина коју треба да има тело да би изашло из зоне деловања галаксије

– $v_4 = 290 \text{ km/s}$



47

Проблем:

• Колика је гравитациона сила која делује између вас и особе која је одмах поред вас? Претпоставите да се налазите на растојању од око 1 m, и нпр да је просечна маса сваког од вас 70 kg.



48

•Решење:

$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$$
$$F_G = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2})(70kg)(70kg)}{(1m)^2} = 3,3 \times 10^{-7} N$$

Веома мала
вредност

Упоредити са тежином:

$$F = mg = \underline{686 N}$$