

# ФИЗИКА 2014.

Понедељак, 23. новембар 2014. године

- Статика флуида
  - Густина и притисак флуида
  - Промена притиска са дубином флуида
  - Паскалов принцип
  - Калибрација, апсолутни притисак и мерење притиска
  - Архимедов принцип. Сила потиска
  - Кохезија и адхезија у течностима. Површински напон.
  - Притисци у људском телу и њихово мерење.
- Динамика флуида
  - Веза протока и брзине струјања флуида
  - Једначина континуитета
  - Бернулијева једначина
  - Вискозност и ламинарно струјање. Поазејев закон
  - Критеријум за одређивање карактеристика струјања флуида
  - Кретање тела кроз вискозни флуида
  - Молекуларни транспортни процеси. Дифузија, осмоза и остали процеси.



1

---

---

---

---

---

---

---

---

## Веза протока и брзине струјања флуида

- Проток – запремински, масени, ...

$$Q = \frac{V}{t}$$

- јединица: кубни метар у секунди



2

---

---

---

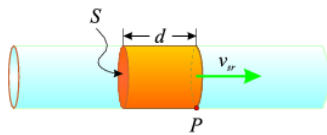
---

---

---

---

---



$$\frac{V}{t} = \frac{Sd}{t}$$

$$Q = S\bar{v},$$



3

---

---

---

---

---

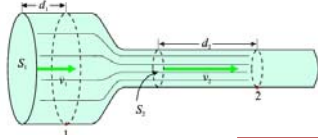
---

---

---

## Једначина континуитета

- шта се дешава када се мења пресек цеви?
- мења се и брзина...



$$V = S_1 d_1, \quad V = S_2 d_2.$$

$$S_1 \bar{v}_1 = S_2 \bar{v}_2.$$

$$d_1 = \bar{v}_1 t \quad \bar{d}_2 = \bar{v}_2 t,$$

- Једначина континуитета – брзина флуида је већа тамо где је пресек цеви мањи.
- Флуид се убрзава ка месту сужења цеви – у том смеру делује сила – тамо је притисак мањи.



4

---

---

---

---

---

---

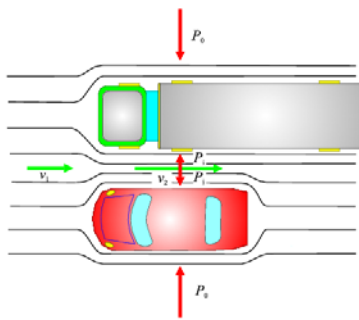
---

---

---

---

## Бернулијева једначина



- флуид када тече кроз тесан канал се убрзава
- расте брзина – расте и кинетичка енергија
- промена енергије значи да се и врши рад
- ефекти – при претицању, завеса у туш кабини,...

5

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Бернулијева једначина

- за нестишљиви флуид без унутрашњег трења (идеални флуид), је константна сума

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{constant}.$$

- P – апсолутни притисак

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2.$$



6

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Бернулијева једначина

- последица ЗОЕ
- други и трећи сабирак

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{mv^2/2}{V} = \frac{E_k}{V},$$

$$\rho gh = \frac{mgh}{V} = \frac{E_p}{V},$$



7

---

---

---

---

---

---

---

---

## Бернулијева једначина за статичне флуиде

- брзине једнаке нули

$$P_1 + \rho gh_1 = P_2 + \rho gh_2.$$

$$h_2 = 0,$$

$$P_2 = P_1 + \rho gh_1.$$

- ово је једначина за промену притиска са дужином флуида
- динамика флуида садржи у себи и статику



8

---

---

---

---

---

---

---

---

## Бернулијев принцип

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2.$$

- флуид стално на истој висини - дубини

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2.$$

- ако је брзина  $v_1$  већа од  $v_2$ , онда мора притисак  $P_2$  да буде већи од притиска  $P_1$  – Бернулијев принцип.



9

---

---

---

---

---

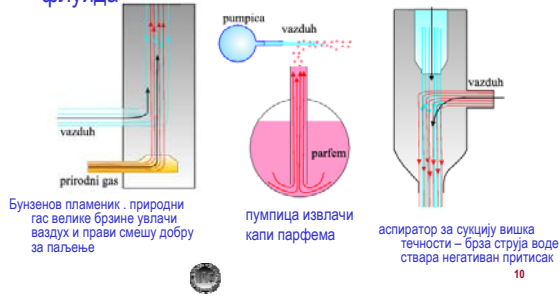
---

---

---

## Примена Бернулијевог принципа

- увлачење једног флуида у брзу струју другог флуида



10

---

---

---

---

---

---

---

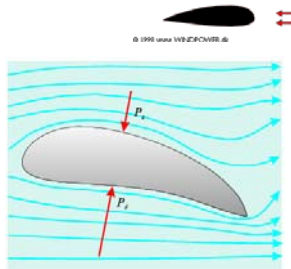
---

---

---

## Бернулијев принцип

- једрилице - горњи део крила је дужи па ваздух мора да струји брже преко њега - тамо је притисак нижи него са доње стране где је брзина струјања мања - јавља се узгон



11

---

---

---

---

---

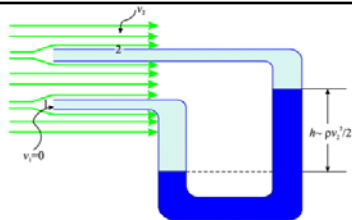
---

---

---

---

---



Slika 6.35: Merenje brzine fluida zasnovano na Bernulijevom principu.

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad v_2 \propto \sqrt{h}$$

- разлика у притисцима је пропорционална разлици у брзинама
- флуид у манометру се подигне на висину  $h$ , која је пропорционална разлици у притисцима - односно брзини струјања флуида



12

---

---

---

---

---

---

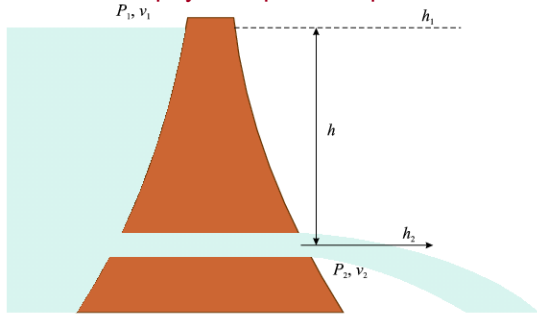
---

---

---

---

## Торичелијева теорема – истицање флуида кроз отвор




---

---

---

---

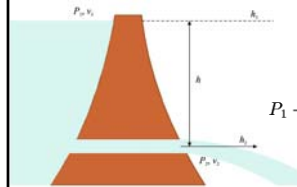
---

---

---

---

## Торичелијева теорема – истицање флуида кроз отвор



- да ли брзина истицања зависи од висине на којој се налази отвор?

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2).$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh$$

14

---

---

---

---

---

---

---

---

## Снага струје флуида

- Снага – брзина вршења рада
- Бернулијева једначина – димензије сабирака - енергија по јединици запремине
- ако се помножи запреминским протоком добија се димензионално снага
- PQ – снага у флуиду услед притиска створеног пумпом,
- снага флуида услед кинетичке енергије
- снага која зависи од потенцијалне енергије

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{constant.}$$

$$\frac{E}{V} \cdot \frac{V}{t} = \frac{E}{t}$$

$$\left(P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h\right) Q = \text{snaga.}$$

15

---

---

---

---

---

---

---

---

## Вискозност

- сипање сока, меда, прелива за палачинке, ...
- разликују се у (унутрашњој) сили трења – између слојева флуида и између флуида и зидова суда у коме се налазе.
- вискозност – унутрашње трење
- типови флуида
  - идеални флуиди – нема унутрашњег трења
  - реални флуиди – постоји унутрашње трење
- типови струјања
  - ламинарно – слојеви се не мешају
  - турбулентно – слојеви се мешају



16

---

---

---

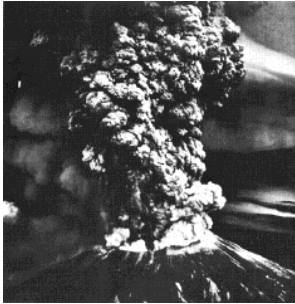
---

---

---

---

---



17

---

---

---

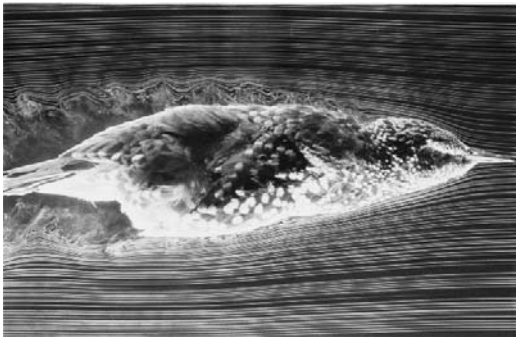
---

---

---

---

---



18

---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

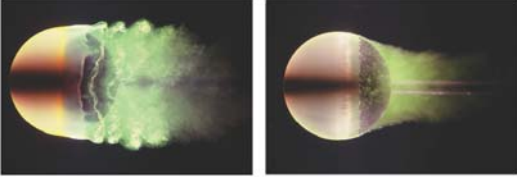
---

---

---

---

---



- закључак - узроци настајања турбуленција – препреке на путу флуида (славине) – промена брзине струјања, вискозност

20

---

---

---

---

---

---

---

---

- ламинарно струјање између две плоче
- горња се креће, доња мирује
- у флуиду се успоставља расподела брзина од брзине горње плоче до брзине доње плоче



21

---

---

---

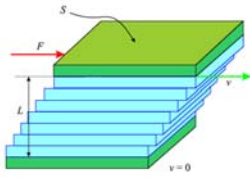
---

---

---

---

---



$$F = \eta S \frac{v}{L}$$

Њутнов закон  
вискозности

9. Новембар 2009



Физика 2009

22

- Сила потребна да би се обезбедило кретање горње плоче константном брзином зависи од
  - брзине којом желимо да се креће плоча
  - за померање веће плоче потребна је већа сила – већа је количина флуида коју она помера
  - обрнуто је пропорционална растојању између плоча
  - зависи од врсте течности - вискозности

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

$$F = \eta S \frac{v}{L}, \quad \eta = \frac{FL}{vS}$$

Gas	t (°C)	$\eta \cdot 10^{-3}$ (N/m <sup>2</sup> · s)	Течност	t (°C)	$\eta \cdot 10^{-3}$ (N/m <sup>2</sup> · s)
Vazduh	0	0,0171	Voda	0	1,792
расте са температуром	20	0,0181		20	1,005
	40	0,0190	опада са температуром	37	0,6947
	100	0,0218		40	0,656
	Ugljen dioksid	20		0,0147	100
Živa	20	0,0450		Krv	20
Kiseonik	20	0,0203		37	2,084
Vodena para	100	0,0130	Krvna plazma	20	1,810
Vodonik	0	0,0090		37	1,257
Helijum	20	0,0196	Etil alkohol	20	1,20
Ugljen dioksid	20	0,0147	Metanol	20	0,584
Amonijak	20	0,00974	Ulje (SAE 10)	20	200
			Maslinovo ulje	20	138
			Glicerin	20	1 500

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Отпор струјању флуида

- флуиди струје од места са већим притиском ка онима где је притисак мањи
- $R$  – отпорност струјању флуида
  - већа је код дужих цеви
  - већа је ако је већа вискозност
  - турбуленције је повећавају
  - повећање попречног пресека је смањује

$$Q = \frac{P_2 - P_1}{R}$$



24

---

---

---

---

---

---

---

---

---

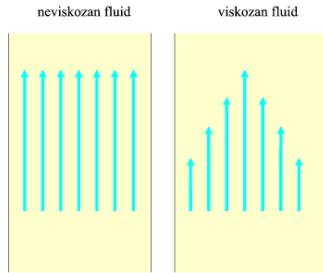
---

---

---



## Отпор струјању флуида



Slika 6.39: Strujanje neviskoznanog fluida ( $R = 0$ ) i viskoznanog ( $R \neq 0$ ).

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Поазејев закон

- Отпорност ламинарном протицању нестишљивог флуида, кроз хоризонталну цев одређене дужине и попречног пресека

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

- примери

- вискозност уља у моторима опада са порастом температуре – да би био исти проток када је хладан мора да обезбеди већи притисак него када је постигао радну температуру
- крвоток – проток крви се регулише променом величина крвних судова и променом притиска
  - при напорном раду крвни судови се селективно проширују а притисак повећава – услед тога се повећава доток крви
  - смањење пресека суда смањује проток

$$Q = \frac{(P_2 - P_1)\pi r^4}{8\eta l}$$

смањење пречника од 5% - на 0,95 величине смањује проток на  $(0,95)^4=0,81$ - односно за 19%!

26

---

---

---

---

---

---

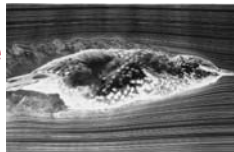
---

---

---

---

## Критеријум за одређивање карактера струјања



- струјање
  - ламинарно
  - турбулентно
- ламинарно
  - течност мале брзине струји кроз цев глатких зидова,
  - или малом брзином оптиче тело глатке површине,
  - или се то тело (глатке површине) креће малом брзином кроз течност
- турбулентно – дешава се при довољно великој брзини
- између – не може да се предвиди



27

---

---

---

---

---

---

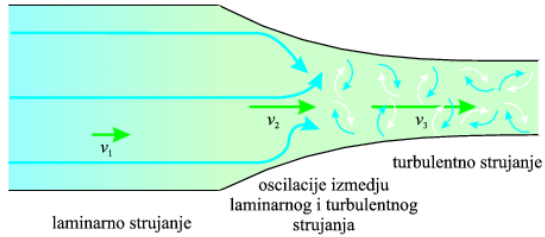
---

---

---

---

## Критеријум за одређивање карактера струјања



Slika 6.41: Laminarno, prelazno i turbulentno strujanje.

---

---

---

---

---

---

---

---

## Критеријум за одређивање карактера струјања

- Рејнолдсов број
- за проток флуида кроз цев константног попречног пресека
- бездимензионалан
- $Re < 2000$ , ламинарно
- $Re > 3000$ , турбулентно
- $2000 < Re < 3000$ , прелазни режим – осцилације између једног и другог
- осцилације су неуређене – хаотично се дешавају – хаос – мале варијације у углачаности површине цеви изазивају промену карактера струјања

$$Re = \frac{2 \rho v r}{\eta}$$



29

---

---

---

---

---

---

---

---

## Кретање тела кроз вискозан флуид

- ако је невискозан – нема трења па ни посебних ефеката
- кретање тела еквивалентно оптицању стационарног тела флуидом
- флуид може да струји ламинарно или турбулентно
- критеријум – Рејнолдсов број

$$Re' = \frac{\rho v L}{\eta}$$

- L - карактеристичне димензије тела
- $Re' < 1$ , ламинарно
- $1 < Re' < 10$ , прелазно
- $10 < Re' < 10^6$ , осцилације између два режима
- $Re' > 10^6$  турбулентно



30

---

---

---

---

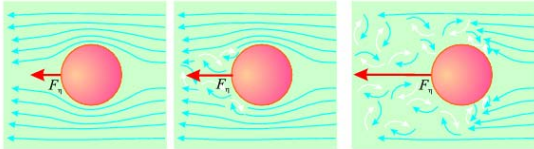
---

---

---

---

## Кретање тела кроз вискозан флуид



laminarno strujanje      prelazni režim strujanja      turbulentno strujanje

- последица вискозности – сила отпора кретању тела кроз флуид
  - зависи и од брзине тела (обична сила трења не зависи)
  - за ламинарно струјање је пропорционална брзини на први степен
  - за прелазни режим је пропорционална брзини на квадрат
  - у турбулентном режиму расте и има комплексну зависност



31

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Кретање тела кроз вискозан флуид



laminarno strujanje

prelazni režim strujanja

- за ламинарно струјање око сферног тела – Стоксова сила
 
$$F_{\eta} = 6\pi\eta r v,$$
- са повећањем брзине тела јављају се турбуленције у трагу. притисак у турбулентном делу је мањи него у чеоном – настаје додатна сила која повећава силу отпора



32

---

---

---

---

---

---

---

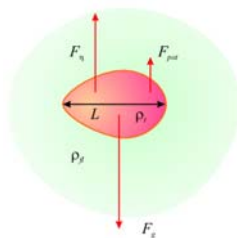
---

---

---

## Гранична брзина при кретању тела кроз вискозан флуид

- слободни пад кроз реалан флуид
- расте брзина
- расте и сила отпора
- долази се у засићење – брзина је постигла неку граничну вредност након које се не повећава
  - честице песка у мору
  - падобранац са или без падобрана
  - честице које "падају" у центрифуги



33

---

---

---

---

---

---

---

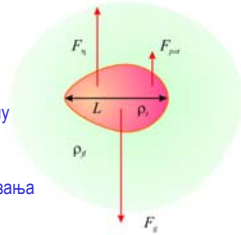
---

---

---

## Гранична брзина при кретању тела кроз вискозан флуид

- сила отпора зависи од брзине, вискозности и карактеристичних димензија тела
- постоји и сила потиска
- њих две уравниожавају гравитациону силу
- кад њихов збир постане једнак гравитационој сили – нема више убрзања јер је укупна сила једнака нули
- ако је убрзање нула брзина је константна.



34

---

---

---

---

---

---

---

---

## Транспорт молекула. Дифузија, осмоса и други процеси, 24.11.2014

- Атоми и молекули су у сталном кретању на свакој температури изнад апсолутне нуле. То кретање је хаотично и постоји чак и кад нема макроскопског струјања.
- **Дифузија** је пренос супстанце услед хаотичног молекуларног кретања. Флуиди, могу на овај начин да пролазе кроз материју која је у чврстом агрегатном стању (димљење меса, ...)



35

---

---

---

---

---

---

---

---

## Транспорт молекула. Дифузија, осмоса и други процеси

- Дифузија је спор процес јер се стално дешавају судари.
- Средње растојање које молекула може да пређе је пропорционално квадратном корену времена.

$$x_{kzk} = \sqrt{2Dt}$$

- $D$  је дифузиона константа за пренос датих молекула кроз дату средину



36

---

---

---

---

---

---

---

---

Molekul	Sredina	$D$ ( $m^2/s$ )
Vodonik ( $H_2$ )	Vazduh	$6,4 \times 10^{-5}$
Kiseonik ( $O_2$ )	Vazduh	$1,8 \times 10^{-5}$
Kiseonik ( $O_2$ )	Voda	$1,0 \times 10^{-9}$
Glukoza ( $C_2H_{12}O_6$ )	Voda	$6,7 \times 10^{-10}$
Hemoglobin	Voda	$6,9 \times 10^{-11}$
DNK	Voda	$1,3 \times 10^{-12}$

Tabela 6.5: Koeficijent difuzije na  $t = 20^\circ C$  i na pritisku od 1 atmosfere.

- $D$  зависи od mase molekula
  - опада са повећањем масе – јер је брзина хаотичног кретања обрнуто пропорционана маси молекула – масивнији молекули спорије дифундују
- зависи од средине – у води се судари дешавају чешће што успорава дифузију
- зависи од температуре
  - расте јер са порастом температуре расту и средње брзине кретања молекула




---

---

---

---

---

---

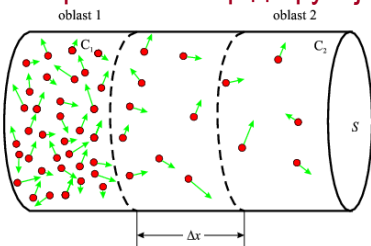
---

---

---

---

## Брзина и смер дифузије



- Кап боје у чашу чисте воде – слободна дифузија (нема баријере која би била препрека).
- Смер дифузије – од места веће концентрације ка месту мање концентрације
- Брзина дифундовања је пропорционална разлици концентрација. Такође зависи и од особина средине, тј. од дифузионе константе  $D$ .




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Осмоза и дијализа-дифузија кроз мембране

- нпр. хладан облог на отеклом чланку. вода дифундује кроз кожу. разне супстанце дифундују кроз ћелијске мембране: кисеоник улази унутра, угљен диоксид излази, хранљиве материје улазе, штетне материје излазе, ...
- Мембрана је веома танка ( $65 \times 10^{-10}$ - $100 \times 10^{-10}m$ ), тако да је могућ транспорт материје.
- Мембрана је **полупропустљива**. Неки типови имају мале поре кроз које могу да прођу једино мали молекули, код других се молекули растварају у мембрани па дифундују, ...




---

---

---

---

---

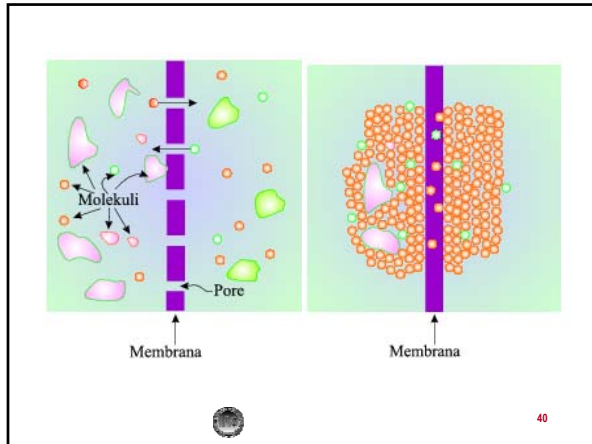
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

## Осмоза и дијализа

- **Осмоза** је транспорт **воде** кроз полупропустљиву мембрану из области веће у област мање концентрације .
- **Дијализа** је пренос молекула неке друге врсте кроз полупропустљиву мембрану услед разлике у концентрацији тих молекула.
- И једна и друга врста процеса се дешавају у бубрезима приликом пречишћавања крви.

---

---

---

---

---

---

---

---

• Вода услед осмозе пролази са лева на десно, па њен ниво у десном делу суда расте. Он расте све док хидростатички притисак не буде довољно велик да заустави даљу осмозу. Тај притисак  $\rho gh$  се назива **осмотским притиском** ако је један од раствора чиста вода или **релативним осмотским притиском** ако ни један раствор није вода. Овај притисак може бити јако велик, нпр. ако су вода и морска вода одвојене полупропустљивом мембраном која не пропушта со, осмотски притисак је 25,9 атмосфера (261 метар!). **Обрнута осмоза и обрнута дијализа** су процеси у којима је повратни притисак довољно велики да окрене смер процеса осмозе и дијализе.

• активан транспорт?! – корен чемпреса из слане воде узима морску со - супротан смер од осмозе!

• бубрези такође – око 25% енергије у телу се троши на активан транспорт

---

---

---

---

---

---

---

---