

ISPITNA PITANJA

II deo - Dinamički sistemi

1. Fazni portret dinamičkog sistema - osnovni pojmovi i definicije

Definicija:

- ▷ toka DS
- ▷ topološke ekvivalentnosti i topološke konjugovanosti DS
- ▷ zatvorene trajektorije
- ▷ stabilan i asimptotski stabilan položaj ravnoteže
- ▷ stabilne i nestabilne mnogostrukosti položaj ravnoteže
- ▷ heterociklične i homociklične trajektorije
- ▷ invarijantnog skup

Dokazati:

- ▷ za tok ϕ^t DS važi $\phi^t \circ \phi^s = \phi^s \circ \phi^t = \phi^{t+s}$, $s, t \in \mathbb{R}$
- ▷ fazne trajektorije ne mogu se seći.
- ▷ PR DS preslikava se u PR njemu topološki konjugovanog DS
- ▷ periodične trajektorije DS preslikavaju se u periodične trajektorije njemu topološki konjugovanog DS

2. Fazni portret dvodimenzionalnog linearnog DS sa konstantnim koeficijentima

- ▷ sopstvene vrednosti realne
- ▷ sopstvene vrednosti konjugovano-kompleksne
- ▷ dvostruka realna sopstvena vrednost
- ▷ klasifikacija položaja ravnoteže
- ▷ topološka ekvivalentnost linearnih DS u ravni
- ▷ matematički model dve konkurentne firme

3. Fazni portret dvodimenzionalnog nelinearnog DS

- ▷ linearizacija nelinearnog DS - teorema Hartman-Grobmana, teorema Hartmana
- ▷ klasifikacija položaja ravnoteže nelinearnog DS u ravni
- ▷ skiciranje faznog portreta dvodimenzionalnog nelinearnog DS
 - * fazni portret DS $x' = x^2 - 1, y' = -xy$
 - * fazni portret DJ $x'' + x^3 - x = 0$
 - * fazni portret DJ $x'' - x^3 + x = 0$
- ▷ sistemi Hamiltona
- ▷ gradijentni sistemi

4. Primena dvodimenzionalnog nelinearnog DS

- ▷ model lovac-plen sa eksponencijalnim modelom rasta populacije plena
- ▷ model lovac-plen sa logističkim modelom rasta populacije plena
- ▷ model dve populacije u takmičenju = isključenje populacije 2 od strane populacije 1
- ▷ model dve populacije u takmičenju = isključenje populacije 1 od strane populacije 2
- ▷ model dve populacije u takmičenju = uslovno isključenje jedne populacije od strane druge
- ▷ model dve populacije u takmičenju = koegzistencija obe populacije

5. Granični cikl

- ▷ Primer nelinearnih DS koji su topološki ekvivalentni ali nisu topološki konjugovani
- ▷ Gradijentni sistem
- ▷ Dulacov kriterijum
- ▷ Funkcija Ljapunova
- ▷ Indeks položaja ravnoteže
- ▷ Ispitati egzistenciju graničnog cikla:
 - * $x' = 2xy - 2y^4, y' = x^2 - y^2 - xy^3$
 - * $x' = -x - 4y, y' = -x - y^3$

* $x' = -y - 3x^3, \quad y' = x^5 - 2y^3$

▷ za nelinearni DS $x' = x(3 - x - 2y), \quad y' = y(2 - x - y)$ skicirati fazni portret i ispitati egzistenciju graničnog cikla

▷ za nelinearni DS $x' = x(1 - x - y), \quad y' = y(4 - 7x - 3y)$ skicirati fazni portret i ispitati egzistenciju graničnog cikla

▷ za nelinearni DS $x' = y + x^2 - y^2, \quad y' = -x - 2xy$ skicirati fazni portret i ispitati egzistenciju graničnog cikla

▷ za nelinearni DS $x' = x(2 - x - y), \quad y' = y(4x - x^2 - 3)$ skicirati fazni portret i ispitati egzistenciju graničnog cikla

▷ Teorema Poenkare–Bendiksona + princip prstena

* Selikov model glikolize $x' = -x + ay + x^2y, \quad y' = b - ay - x^2y$

* egzistencija graničnog cikla DS $x' = x - y - x^3, \quad y' = x + y - y^3$

* egzistencija graničnog cikla DS $x' = y - 8x^3, \quad y' = 2y - 4x - 2y^3$